



Mathematics

นวัตกรรมชั้นเคลื่อน
ทักษะกระบวนการ



ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

สรุปเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

จำนวนและตัวเลข

การเขียนตัวเลขและจำนวน

ในการเขียนตัวเลขจำนวน ในจำนวนที่สำคัญพิจารณาได้ดังนี้

ระบบตัวเลขฮินดู อารบิก เป็นระบบที่ใช้ทั่วไปในปัจจุบัน โดยใช้เลขฐาน 10 ดังนี้

$$\begin{aligned}129 &= 100 + 20 + 90 \\ &= 1 \times (10)^2 + 2 \times (10)^1 + 9 \times (10) \quad (\text{เพราะว่า } 100 = 1)\end{aligned}$$

ระบบตัวเลขโรมัน เป็นระบบของการเขียนแบบรวมพวงอย่างง่าย โดยใช้เลขฐาน 10 ดังนี้

ตัวเลขโรมัน	I	V	X	L	C	D	M
ตัวเลขอารบิก	1	5	10	50	100	500	1000

ระบบตัวเลขฐานสอง ในระบบนี้จะใช้ตัวเลข 2 ตัว คือ 0 กับ 1 เช่น

$$\begin{aligned}1011012 &= 1 \times (25) + 0 \times (24) + 1 \times (23) + 1 \times (22) + 1 \times (21) + 1 \times (20) \\ &= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1\end{aligned}$$

$\therefore 1011012 = 45$ (ในเลขฐาน 10 ซึ่งฐาน 10 จะไม่เขียนห้อยไว้ ละไว้ในฐานที่เข้าใจ)

จำนวนนับ (N)

จำนวนนับ หรือ จำนวนธรรมชาติ คือจำนวนที่ใช้ในการนับซึ่งเริ่มตั้งแต่ 1, 2, 3, ... ไปเรื่อยๆ
พิจารณาดังต่อไปนี้

ตัวประกอบ

ตัวประกอบของ A คือ จำนวนที่หาร A ได้ลงตัว เช่น

ตัวประกอบทั้งหมดของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6 และ 12

จำนวนเฉพาะ

จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนที่มีค่ามากกว่า 1 และมีค่ามากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียงสองตัวคือ 1 และตัวมันเอง เช่น 23 เป็นจำนวนเฉพาะ เพราะว่ามีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และ 23

จำนวนคู่ และ จำนวนคี่

จำนวนคู่ คือ จำนวนทุกจำนวนที่ 2 หารลงตัว หรือ กล่าวได้ว่า “เป็นจำนวนที่มี 2 เป็นตัวประกอบ เช่น 22”

จำนวนคี่ คือ จำนวนทุกจำนวนที่ 2 หารแล้วเหลือเศษ 1 เช่น 15

ข้อควรทราบ

ถ้ากำหนดให้ $n = 0, 1, 2, \dots$ จะได้ว่า

- จำนวนคู่ คือ $2n$ เช่น $n = 3$ จะได้ จำนวนคู่ $= 2(3) = 6 = 2(3) = 6$

- จำนวนคี่ คือ $2n + 1$ จะได้ จำนวนคี่ $= 2(3) + 1 = 7$

ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น)

ตัวคูณร่วมน้อยของ A และ B คือ จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่มี A และ B เป็นตัวประกอบ เช่น ค.ร.น ของ 3 และ 4 คือ 12

ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

ตัวหารร่วมมากของ C และ D คือ จำนวนนับที่มีค่ามากที่สุดที่หาร C และ D ได้ลงตัว เช่น ห.ร.ม. ของ 18 และ 27 จะได้ว่า

$$18 = 3 \times 3 \times 2 = 9 \times 2$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 3$$

\therefore ห.ร.ม. ของ 18 และ 27 คือ 9

ระบบจำนวนเต็ม (I)

จำนวนเต็ม คือ จำนวนที่ประกอบด้วย จำนวนเต็มลบ (-), จำนวนเต็มศูนย์ (0) และ จำนวนเต็มบวก (+) พิจารณาสิ่งต่อไปนี้

คุณสมบัติของจำนวนเต็ม

กำหนดให้ A, B, C เป็นจำนวนเต็มใดๆ จะได้ว่า

$$1. \quad A + 0 = 0 + A \quad (0 \text{ เป็นเอกลักษณ์ของการบวก})$$

$$2. \quad 1 \times A = A \times 1 = A \quad (1 \text{ เป็นเอกลักษณ์ของการคูณ})$$

$$3. \quad A + B = B + A$$

4. $A \times B = B \times A$
5. $(A + B) + C = A + (B + C)$
6. $(A \times B) + C = A \times (B \times C)$
7. $A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$

ค่าสัมบูรณ์ ($|x|$)

กำหนดให้ X, Y เป็นจำนวนจริงใดๆ และ A เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 0 จะได้ว่า

1. $|X| \geq 0$ และ $|X| = |-X|$
2. $|X| = A$ ก็ต่อเมื่อ $X = A$ หรือ $X = -A$
3. $|X| < A$ ก็ต่อเมื่อ $-A < X < A$
4. $|X| > A$ ก็ต่อเมื่อ $X < -A$ หรือ $X > A$
5. $|X^2| = X^2$ และ $X = \sqrt{X^2}$
6. $|X + Y| \leq |X| + |Y|$
7. $|X - Y| \geq |X| - |Y|$
8. $|XY| = |X||Y|$
9. $\frac{|X|}{|Y|} = \frac{|X|}{|Y|}$ เมื่อ $Y \neq 0$

เศษส่วนและทศนิยม

เศษส่วน

เป็นจำนวนจริงแต่ไม่ใช่จำนวนนับ ซึ่งตัวเลขที่อยู่ข้างบนเรียกว่าเศษ ตัวเลขที่อยู่ข้างล่าง เรียกว่าส่วน เช่น $\frac{3}{4}$ เป็นต้น พิจารณาประเภทเศษส่วนได้ดังนี้

- เศษส่วนแท้ คือ เศษส่วนที่มีเศษน้อยกว่าส่วน เช่น $\frac{5}{7}$ เป็นต้น
- เศษส่วนไม่แท้ คือ เศษส่วนที่มีเศษส่วนมากกว่าหรือเท่ากับส่วน เช่น $\frac{5}{3}$ เป็นต้น
- เศษส่วนอย่างต่ำ คือ เศษส่วนที่มี ห.ร.ม. ของเศษและส่วนเป็น 1 เช่น $\frac{13}{19}$ เป็นต้น
- เศษส่วนเหมือน คือ เศษส่วนที่มีส่วนเป็นจำนวนเดียวกัน เช่น $\frac{1}{7}$ และ $\frac{3}{7}$ เป็นต้น

- เศษส่วนจำนวนคละ คือ เศษเกินที่เขียนในรูปผลบวกของจำนวนเต็มกับเศษส่วน

เช่น $\frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$ เป็นต้น

ในการเขียนเศษส่วนที่มีส่วนเป็นกำลังของ 10 สามารถเขียนเป็นทศนิยมได้ดังนี้

เช่น $\frac{7}{100} = 0.07$ และจำนวนที่เขียนในรูปทศนิยม ก็ใช้ระบบตัวเลขฐาน 10 และมีค่าประจำตำแหน่งดังนี้

เช่น $0.0375 = \frac{375}{10,000} = \frac{300 + 70 + 50}{10,000} = \frac{300}{10,000} + \frac{70}{10,000} + \frac{50}{10,000}$

ดังนั้น $0.0375 = \frac{3}{100} + \frac{7}{1,000} + \frac{5}{10,000} = \frac{3}{10^2} + \frac{7}{10^3} + \frac{5}{10^4}$ นั่นคือ

- ค่าประจำตำแหน่ง ของ 3 คือ 10^{-2}
- ค่าประจำตำแหน่ง ของ 7 คือ 10^{-3}
- ค่าประจำตำแหน่ง ของ 5 คือ 10^{-4}

ฉะนั้น จะได้ว่า $0.0375 = (3 \times 10^{-2}) + (7 \times 10^{-3}) + (5 \times 10^{-4})$

ทศนิยม สามารถพิจารณาได้ดังนี้

- ทศนิยมมีรู้อยู่ คือ ทศนิยมที่จำนวนตัวเลขหลังจุดทศนิยม เป็นจำนวนรู้อยู่ หรือมีศูนย์ซ้ำ

เช่น 48.392 อ่านว่า สี่สิบแปดจุดสามเก้าสอง

3.400 อ่านว่า สามจุดสี่ศูนย์ศูนย์

- ทศนิยมไม่มีรู้อยู่ คือ ทศนิยมที่จำนวนตัวเลขหลังจุดทศนิยมเป็นจำนวนไม่มีรู้อยู่มี 2 ชนิด คือ

1. ทศนิยมไม่มีรู้อยู่แบบไม่ซ้ำ คือ ทศนิยมที่มีตัวเลขหลังจุดทศนิยมมากมายโดยไม่ซ้ำกัน

เช่น 17.83945.... อ่านว่า สิบเจ็ดจุดแปดสามเก้าสี่ห้าล...

2. ทศนิยมไม่มีรู้อยู่แบบซ้ำ คือ ทศนิยมที่มีตัวเลขหลังจุดทศนิยมหนึ่งตัวหรือมากกว่าซ้ำกัน

อย่างเป็นระบบ เช่น $4.5 = 4.555...$ อ่านว่า สี่จุดห้า ห้าซ้ำ

การแปลงทศนิยมไม่มีรู้อยู่แบบซ้ำให้เป็นเศษส่วน ซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

1. ทศนิยมไม่มีรู้อยู่แบบซ้ำล้วนๆ เป็น 9 เท่ากับจำนวนทศนิยมที่ไม่มีรู้อยู่

เช่น $0.6433... = \frac{643}{999}$

$5.677... = 5 + \frac{76}{99}$

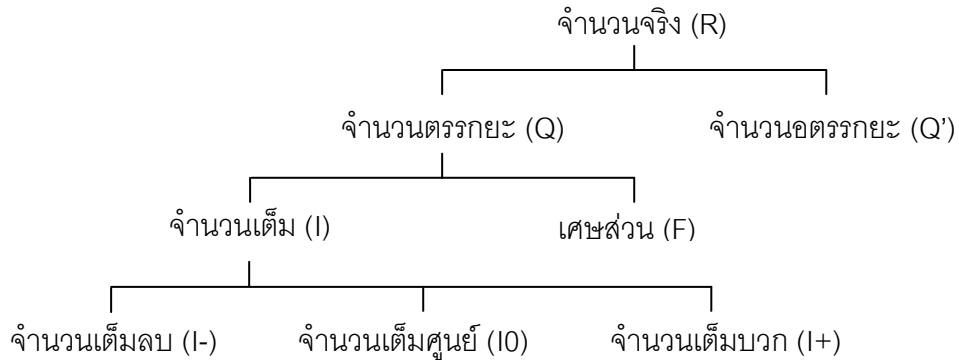
2. ทศนิยมที่รู้จบผสมกับทศนิยมที่ไม่รู้จบแบบซ้ำ ให้เอาตัวเลขหลังจุดทศนิยมทั้งหมดตั้งลบด้วยตัวเลขที่เป็นทศนิยมจบ แล้วหารด้วย 9 ซึ่งจำนวนเท่ากับจุดทศนิยมไม่รู้จบ แล้วเติมศูนย์ลงข้างท้ายเท่ากับจำนวนทศนิยมรู้จบ นั่นคือ

$$\text{จำนวนทศนิยมคละ} = \frac{\text{เลขทศนิยมทั้งหมด} - \text{ตัวเลขทศนิยมที่ไม่รู้จบ}}{\text{เลข 9 เท่ากับ จำนวนทศนิยมที่ไม่รู้จบตามด้วย 0 เท่ากับจำนวนทศนิยมรู้จบ}}$$

เช่น $7.594 = 7 + \frac{594 - 5}{990} = 7 + \frac{589}{990}$

จำนวนจริง

จำนวนจริง คือ จำนวนที่ประกอบไปด้วย จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ สามารถพิจารณาโครงสร้างของระบบจำนวนจริง ได้ดังนี้



จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน หรือทศนิยมซ้ำได้ นั่นคือ “ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว A จะเป็นจำนวนตรรกยะ ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม M และ N ทำให้ $A = \frac{M}{N}$ โดยที่ $N \neq 0$ ” เช่น 2.9, 4.777, 9.78 เป็นต้น

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำ หรือเศษส่วน นั่นคือ “ถ้า B เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว B จะเป็นจำนวนอตรรกยะ ก็ต่อเมื่อ ไม่สามารถเขียนรูป B ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มได้” เช่นค่าของ $\pi, \sqrt{2}$ เป็นต้น

รากที่สอง

นิยาม ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $A > 0$ แล้ว รากที่สองของ A คือ จำนวนที่ยกกำลังสอง แล้วได้ A ซึ่งรากที่สองของ A ซึ่งรากที่สองของ A มีทั้งรากที่สองที่เป็นบวกและรากที่สองที่เป็นลบ นั่นคือ

$$(\sqrt{A})^2 = (-\sqrt{A})^2 = A$$

Note รากที่สองของจำนวนบวกจะเป็นจำนวนตรรกยะ หรืออตรรกยะเพียงอย่างเดียวอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้นคุณสมบัติของ \sqrt{A} เมื่อ $A > 0$

- ถ้า $A \geq 0$ และ $B \geq 0$ แล้ว $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

- ถ้า $A \geq 0$ และ $B > 0$ แล้ว $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

การหารากที่สอง

ในการหารากที่สอง มีวิธีดังต่อไปนี้

1. การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ พิจารณาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{รากที่สองของ } 256 \text{ จะได้ } \quad 256 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^4 \times 2^4 = (2^2 \times 2^2)^2 = (4 \times 4)^2 = 16 \end{aligned}$$

∴ จะได้ว่า $256 = 16^2$ และ $(-16)^2$ นั่นคือ รากที่สองของ $256 = 16, -16$

2. การหารากที่สองโดยวิธีตั้งหาร มีหลักการดังนี้

- แบ่งตัวเลขจากขวามือไปหาซ้ายมือ ครั้งละสองตัว, จุดทศนิยมให้แบ่งจากซ้ายไปขวา
- หาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วใกล้เคียง หรือเท่ากับจำนวนแรกทางซ้ายมือ
- นำเอา 2 คูณผลลัพธ์ที่ได้ในครั้งแรก แล้วหาตัวเลขมาเติม หลังผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณด้วย 2 แล้วคูณด้วยเลขจำนวนนั้น ทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆ จนได้เศษเป็นศูนย์

3. การหารากที่สองโดยวิธีเฉลี่ย โดยหาค่าที่ยกกำลังสองแล้ว มีค่าน้อยกว่าจำนวนที่ต้องการหาหนึ่งจำนวน และ มากกว่าอีกหนึ่งจำนวน แล้วนำมาหาค่าที่ใกล้เคียง

รากที่สาม

นิยาม ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้วรากที่สามของ A คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ A

$$\text{สัญลักษณ์ คือ } \sqrt[3]{A} \quad \text{นั่นคือ } \sqrt[3]{A^3} = A$$

พิจารณาตัวอย่าง

$$\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)(-4)(-4)} \Rightarrow \therefore \sqrt[3]{-64} = -4$$

รากที่ n

นิยาม ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว รากที่ n ของ A คือ จำนวนที่ยกกำลัง n แล้วได้ A

$$\text{สัญลักษณ์ คือ } \sqrt[n]{A} \quad \text{นั่นคือ } (\sqrt[n]{A^n}) = A$$

เลขยกกำลัง

คุณสมบัติของเลขยกกำลัง

กำหนดให้ A, B เป็นจำนวนใดๆ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวก

1. $A^m \times A^n = A^{m+n}$
2. $A^m \div A^n = A^{m-n}$ เมื่อ $m > n$
3. $(A^m)^n = A^{mn}$
4. $(A \times B)^n = A^n \times B^n$
5. $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$
6. $A^0 = 1$
7. $A^{-n} = \frac{1}{A^n}$
8. $A^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{A}$
9. $A^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{A^m}$

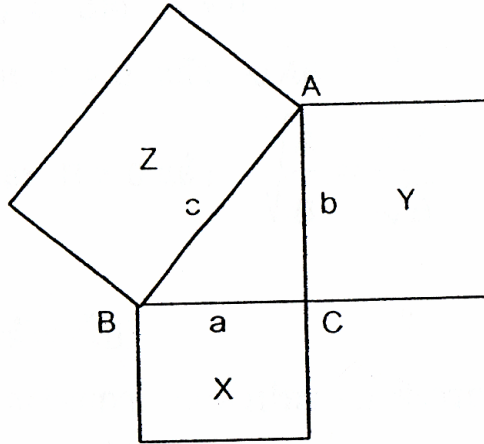
คุณสมบัติของเครื่องหมายราก

กำหนดให้ A, B เป็นจำนวนใดๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ดังนี้

1. $(\sqrt[n]{A})^n = A$
2. $(\sqrt[n]{A}) \times (\sqrt[n]{B}) = \sqrt[n]{A \times B}$
3. $(\sqrt[n]{A}) \div (\sqrt[n]{B}) = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}$
4. $(\sqrt[n]{A^n}) = A$ เมื่อ A เป็นจำนวนคี่ และ
 $(\sqrt[n]{A^n}) = |A|$ เมื่อ A เป็นจำนวนคู่
5. $(\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}}) = \sqrt[mn]{A}$
6. คอซงูเกตของ $\sqrt{A} + \sqrt{B}$ คือ $\sqrt{A} - \sqrt{B}$

ทฤษฎีพีทาโกรัส

ทฤษฎีบท : ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากจะเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมบนด้านประกอบมุมฉาก พิจารณาจากรูป



กำหนดให้ ; ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก
 c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก
 ab เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูป X $X = a^2$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูป Y $Y = b^2$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูป Z $Z = c^2$

จากทฤษฎีบทจะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ฉะนั้นเราสามารถหาความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากได้ คือ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

ความลับของทฤษฎีพีทาโกรัส

ในรูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน ๗ หนึ่งเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนอีกสองด้านแล้ว สามเหลี่ยมรูปนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ในการหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เราต้องทราบความยาวของด้านสองด้าน จึงจะสามารถหาความยาวด้านที่สามได้

พหุนาม

เอกนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงที่กับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์ หรือ จำนวนเต็มบวก เอกนาม ประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าคงที่ เรียกว่า สัมประสิทธิ์ของเอกนาม และส่วนที่อยู่ในรูปการคูณของตัวแปร และผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปร ทั้งหมดในเอกนาม เรียกว่า ดีกรีของเอกนาม

เช่น $-81x^2y^2$ จะได้ -81 คือ สัมประสิทธิ์ของเอกนาม

$(3 + 2) = 5$ คือ ดีกรีของเอกนาม

การบวกลบ เอกนาม

เอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป จะบวกลบกันได้ ก็ต่อเมื่อเป็นเอกนามที่คล้ายกัน คือ เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน และเลขชี้กำลังของตัวแปรเดียวกันเท่านั้น จะได้ว่า

ผลบวกของเอกนาม = ผลบวกของสัมประสิทธิ์ \times ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณกันของตัวแปร

ผลลบของเอกนาม = ผลลบของสัมประสิทธิ์ \times ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณกันของตัวแปร

พหุนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนในเอกนาม หรือในรูปการบวกกันของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป ดีกรีของพหุนาม ดูจากดีกรีสูงสุดในพหุนาม

$4x^2y + 8y^3 - 5x^2y^2 \Rightarrow$ ดีกรี เท่ากับ $(4 + 5) = 9$

$35x^4y^2z^5 - 14x^2y^3z + 18x^4 \Rightarrow$ ดีกรี เท่ากับ $(4 + 2 + 5) = 11$

การบวกลบ พหุนาม

การบวกพหุนาม ทำได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวก ถ้ามีพจน์คล้ายกันให้รวมพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน โดยมีการเขียนพจน์จากดีกรีมากไปหาดีกรีน้อย เช่น

$(5x^4 + 12x^2) + (2x^2 - 8x + 7) = 5x^4 + (12x^2 + 2x^2) - 8x + 7$

$= 5x^4 + 14x^2 - 8x + 7$

การลบพหุนาม

ทำได้โดยเขียนพหุนามในรูปการลบให้อยู่ในรูปการบวก ซึ่งอาศัยจำนวนตรงข้ามพหุนามโดยเรียงพจน์จากดีกรีมากไปหาดีกรีน้อย เช่น

$$\begin{aligned} & (-3x^2 + 8x^7) + (-5x^6 + 9x^2 - 8x + 12) \\ \text{จะได้} & \Rightarrow (8x^7 - 3x^2) + 5x^6 - 9x^2 + 8x - 12 \\ & \Rightarrow 8x^7 + 5x^6 - (3x^2 + 9x^2) + 8x - 12 \\ & \Rightarrow 8x^7 + 5x^6 - 12x^2 + 8x - 12 \end{aligned}$$

การคูณพหุนาม

ในการคูณพหุนามด้วยพหุนาม ทำได้โดยคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่งกับทุกๆ พจน์ ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณพหุนามนั้นมาบวกกัน

การหารพหุนาม

การหารพหุนามด้วยเอกนาม ทำได้โดย นำตัวหารไปหารทุกพจน์ของตัวตั้ง แล้วนำผลหารที่ได้มาบวกกัน

การหารพหุนามด้วยพหุนาม

กำหนดให้ $P(x)$ คือตัวตั้ง, $(x - a)$ คือตัวหาร, ผลหาร คือ $Q(x)$ และ r คือเศษ

$$\text{จะได้ความสัมพันธ์ว่า} \quad \frac{P(x)}{(x - a)} = Q(x) + \frac{r}{(x - a)}$$

$$\text{นั่นคือ} \quad P(x) = Q(x)(x - a) + r$$

การหารสังเคราะห์

ถ้าตัวหารในผลการของสองพหุนาม อยู่ในรูป $x - c$ สามารถทำได้โดยการหารสังเคราะห์ คือเขียนเฉพาะสัมประสิทธิ์ของตัวตั้ง และใช้ศูนย์แทนสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่ไม่ปรากฏ ตัวหารคือ $x - c$ ถ้า $x - c = 0$ แล้วจะได้ $x = c$

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

ในการแยกตัวประกอบของพหุนามสามารถพิจารณาได้ดังนี้

1. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ในรูป $Ax^2 + Bx + c$ เมื่อ A, B, C คือค่าคงที่ $A=1$ สามารถสรุปได้ว่า

$$(x + A)(x + B) = x^2 + (A + B)x + AB$$

$$(x + A)^2 = x^2 + 2Ax + A^2$$

$$(x - A)^2 = x^2 - 2Ax + A^2$$

2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ในรูป $Ax^2 + Bx + C$ เมื่อ $A > 1$ สามารถสรุปได้ว่า

$$(Ax + By)(Cx + Dy) = ACx^2 + (AD + BC)xy + BDy^2$$

3. การแยกตัวประกอบของพหุนามในรูปผลต่างกำลังสอง สามารถสรุปได้ว่า

$$(x + A)(x - A) = x^2 - A^2$$

4. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ สามารถสรุปได้ว่า

$$(x + A)(x + A) = (x + A)^2 = x^2 + 2Ax + A^2$$

$$(x - A)(x - A) = (x - A)^2 = x^2 - 2Ax + A^2$$

มีหลักในการพิจารณาดังนี้

1. ทำ ส.ป.ส. ของ x^2 ให้เป็น 1 เสมอ
2. พิจารณา ส.ป.ส. ของ x และหารด้วย 2 แล้ว จึงยกกำลังสอง
3. นำผลที่ได้จากข้อ 2 มาบวกเข้าและลบออก เพื่อให้อยู่ในรูป $x^2 + 2Ax + A^2$
4. ดำเนินการแยกตัวประกอบด้วยสูตรข้างต้นที่กล่าวมา

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสาม สามารถสรุปได้ว่า

$$x^3 + A^3 = (x + A)(x^2 - Ax + A^2)$$

$$x^3 - A^3 = (x - A)(x^2 + Ax + A^2)$$

$$(x + A)^3 = x^3 + 3x^2A + 3xA^2 + A^3$$

$$(x - A)^3 = x^3 - 3x^2A + 3xA^2 - A^3$$

ทฤษฎีเศษ

เมื่อหารพหุนาม $P(x)$ ด้วยพหุนาม $x - a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ $Q(x) \neq 0$ เราจะเรียก $\frac{P}{Q}$ ว่าเศษส่วนของพหุนาม

การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนพหุนาม

ในการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนพหุนาม มีหลักเกณฑ์ ดังนี้

- หลักในการบวกเศษส่วนพหุนาม คือ $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD + BC}{BD}$ เมื่อ B และ $D \neq 0$

- หลักในการลบเศษส่วนพหุนาม คือ $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{AD - BC}{BD}$ เมื่อ B และ $D \neq 0$

- หลักในการคูณเศษส่วนพหุนาม คือ $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$ เมื่อ B และ $D \neq 0$

- หลักในการหารเศษส่วนพหุนาม คือ $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$ เมื่อ B และ $D \neq 0$

สมการและอสมการ

สมการ และ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ $Ax + B = 0$ เมื่อ A, B เป็นค่าคงที่ และ $A \neq 0$ สิ่งที่ต้องทราบ และจำเป็นต้องใช้ในการแก้สมการ ดังนี้

คุณสมบัติที่เกี่ยวกับการบวก และการคูณจำนวนจริง

1. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $A = B$ แล้ว $A + C = B + C$
2. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $A = B$ แล้ว $AC = BC$
3. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $A + C = B + C$ แล้ว $A = B$
4. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $C \neq 0$ และ $AC = BC$ แล้ว $A = B$
5. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $A + B = 0$ แล้ว $A = -B$ และ $B = -A$
6. ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $A \times 0 = 0 \times A = 0$
7. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A \times B = 0$ แล้ว $A = 0$ หรือ $B = 0$
8. ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $-(-A) = A$
9. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $-(A + B) = (-A) + (-B)$
10. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $-(A)(B) = (-AB)$
11. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $(-A)(-B) = (AB)$
12. ถ้า A, B, C, D เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $B, D \neq 0$ แล้ว $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ก็ต่อเมื่อ $AD = BC$
13. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A, B \neq 0$ และ $AB = 1$ แล้ว $A = \frac{1}{B}$ แล้ว $B = \frac{1}{A}$
14. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A, B \neq 0$ แล้วจะได้ว่า $\frac{1}{A} \times \frac{1}{B} = \frac{1}{AB}$
15. ถ้า A, B, C, D เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $B, D \neq 0$ แล้ว $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$
16. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A, B \neq 0$ แล้ว $A = B$ จะได้ว่า $\frac{A}{B} = 1$ หรือ $\frac{B}{A} = 1$

อสมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่บอกถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ $>, <, \geq, \leq, \neq$
หลักการในการแก้สมการ จำเป็นต้องใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน ดังนี้

คุณสมบัติของการไม่เท่ากัน

1. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $A > B$ ก็ต่อเมื่อ $A - B > 0$
2. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว ความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นได้ระหว่าง A กับ B นั่นคือ $A < B, A = B$ และ $A > B$
3. ถ้า A, B เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $A > 0, B > 0$ แล้ว $A + B > 0$ แล้ว $AB > 0$
4. ถ้า A, B เป็น 2 จำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A \geq B$ หมายถึง $A > B$ หรือ $A = B$ อย่างใดอย่างหนึ่ง
5. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A > B$ และ $B > C$ แล้ว $A > C$
6. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A > B$ แล้ว $A + C > B + C$
7. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $A + B > B + C$ แล้ว $A > C$
8. ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า $A > 0$ แล้ว $-A < 0$ และ ถ้า $A < 0$ แล้ว $-A > 0$
9. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้ว่า
ถ้า $A > B$ และ $C > 0$ แล้ว $AC > BC$,
ถ้า $A > B$ และ $C < 0$ แล้ว $AC < BC$,
ถ้า $A > 0$ แล้ว $\frac{1}{A} > 0$,
ถ้า $A < 0$ แล้ว $\frac{1}{A} < 0$,
ถ้า $A \neq 0$ แล้ว $A^2 > 0$,
10. ถ้า A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้ว่า
ถ้า $A < B$ และ $C < D$ แล้ว $A + C < B + D$,
ถ้า $A < B$ และ $C < D$ แล้ว $A - C < B - D$,
ถ้า $0 < A < B$ และ $0 < C < D$ แล้ว $AC < BD$,
ถ้า $A < B < 0$ และ $C < D < 0$ แล้ว $AC > BD$
ถ้า $0 < A < B$ และ $0 < C < D$ แล้ว $\frac{A}{D} < \frac{B}{C}$
ถ้า $A < B < 0$ และ $C < D < 0$ แล้ว $\frac{A}{D} > \frac{B}{C}$

คุณสมบัติการไม่เท่ากันของค่าสมบูรณ์

กำหนดให้ x และ A เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง $A > 0$ จะได้ว่า

$$\text{ถ้า } |x| < A \quad \text{แล้ว} \quad -A < x < A$$

$$\text{ถ้า } |x| \leq A \quad \text{แล้ว} \quad -A \leq x \leq A$$

$$\text{ถ้า } |x| > A \quad \text{แล้ว} \quad x > A \quad \text{หรือ} \quad x < -A$$

$$\text{ถ้า } |x| \geq A \quad \text{แล้ว} \quad x \geq A \quad \text{หรือ} \quad x \leq -A$$

สมการกำลังสอง

สมการกำลังสอง คือ สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า หรือ ตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็นสอง และ ในพจน์ใดๆ ไม่มีกำลังเกินกว่าสอง รูปแบบมาตรฐานของสมการกำลังสอง คือ $Ax^2 + Bx + C$ เมื่อ A, B, C เป็นจำนวนเต็มและ $A \neq 0$ ทำได้โดยการหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่บวกกันได้ B และคูณกันได้ C

$$\begin{aligned} \text{เช่น } x^2 - 3x - 10 &= x^2 + (-5 + 2)x + (-5 + 2) \\ &= (x - 5)(x + 2) \end{aligned}$$

- ในกรณีที่พหุนามกำลังสองแยกตัวประกอบแล้วได้ตัวประกอบดีกรีหนึ่งซ้ำกัน เรียกว่า กำลังสองสมบูรณ์ รูปทั่วไปคือ $Ax^2 + 2Ax + A^2$ และ $Ax^2 - 2Ax + A^2$ เมื่อ A เป็นจำนวนเต็มบวก

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= (x + 1)(x + 1) \\ &= (x + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 16 &= (x - 4)(x - 4) \\ &= (x - 4)^2 \end{aligned}$$

- พหุนามกำลังสองที่เขียนได้ในรูป $x^2 - A^2$ เรียกว่า อยู่ในรูปผลต่างกำลังสอง เช่น

$$\begin{aligned} x^2 - 16 &= x^2 - 4^2 \\ &= (x - 4)(x + 4) \end{aligned}$$

สูตรในการหาคำตอบของสมการกำลังสอง

กำหนดสมการ $Ax^2 + Bx + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงที่ โดยที่ $A \neq 0$

$$\text{สรุปได้ว่า } x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

พิจารณาค่าของ $B^2 - 4AC$ ดังนี้

$$\text{- ถ้า } B^2 - 4AC = 0 \Rightarrow \text{คำตอบของสมการ } Ax^2 + Bx + C = 0 \text{ คือ } x = -\frac{B}{2A}$$

$$\text{- ถ้า } B^2 - 4AC > 0 \Rightarrow \text{คำตอบของสมการ } Ax^2 + Bx + C = 0$$

$$\text{คือ } x = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, x = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$\text{- ถ้า } B^2 - 4AC < 0 \text{ จะไม่มีจำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการ}$$

ระบบสมการ

เส้นตรง

สมการเส้นตรง หรือ สมการเชิงเส้นมีรูปมาตรฐาน คือ $y = mx + b$ โดย m, b คือ ค่าคงที่

$m =$ ความชันของเส้นตรง

$b =$ ระยะตัดแกน

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้น คือ $Ax + By + C = 0$

หรือ จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐาน คือ $y = -\frac{Ax}{B} - \frac{C}{B}$

นั่นคือ $m = -\frac{A}{B}$, ระยะตัดแกน $y = -\frac{C}{B}$

ในการเขียนกราฟเส้นตรงสามารถหาจุดตัดแกน x, y ได้ดังนี้

- จุดตัดแกน x หาได้จากระยะตัดแกน x เมื่อ $y = 0$
- จุดตัดแกน y หาได้จากระยะตัดแกน y เมื่อ $x = 0$

ข้อสังเกตเกี่ยวกับกราฟเส้นตรง

- กราฟของ $y = c$ เมื่อ c คือ ค่าคงที่ จะได้กราฟขนานแกน x
- กราฟของ $x = c$ เมื่อ c คือ ค่าคงที่ จะได้กราฟขนานแกน y
- กราฟของ $x = 0$ คือ แกน x
- กราฟของ $y = 0$ คือ แกน y

วงกลม

- สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและรัศมียาว r หน่วย คือ $x^2 + y^2 = r^2$
- สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
- สมการของวงกลมในรูปทั่วไป คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(x, y) = \left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$ และรัศมียาว $r = \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F}$

พาราโบลา

สมการพาราโบลา สามารถพิจารณาได้ดังนี้

- สมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่กำเนิด และโฟกัสอยู่บนแกน x มีแกน x เป็นแกนสมมาตร คือ

$$y^2 = 4cx, \quad \begin{cases} c > 0 & \text{กราฟจะเปิดทางขวา} \\ c < 0 & \text{กราฟจะเปิดทางซ้าย} \end{cases}$$

- สมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่กำเนิด และโฟกัสอยู่บนแกน y มีแกน y เป็นแกนสมมาตร

คือ $x^2 = 4cy, \quad \begin{cases} c > 0 & \text{กราฟจะเป็นโค้งหงาย} \\ c < 0 & \text{กราฟจะเป็นโค้งคว่ำ} \end{cases}$

- สมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h, k) และโฟกัสอยู่บนแกน x มีเส้นตรง $y = k$ เป็นแกนสมมาตร

คือ $(y - k)^2 = 4c(x - h), \quad \begin{cases} c > 0 & \text{กราฟจะเปิดทางขวา} \\ c < 0 & \text{กราฟจะเปิดทางซ้าย} \end{cases}$

- สมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h, k) และโฟกัสอยู่บนแกน y มีเส้นตรง $x = h$ เป็นแกนสมมาตร

คือ $(x - h)^2 = 4c(y - k) \quad \begin{cases} c > 0 & \text{กราฟจะเป็นโค้งหงาย} \\ c < 0 & \text{กราฟจะเป็นโค้งคว่ำ} \end{cases}$

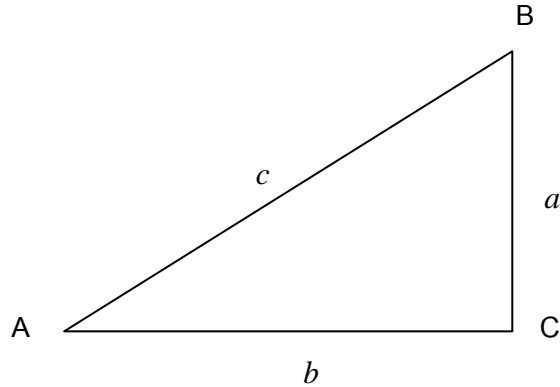
- สมการของพาราโบลาในรูปทั่วไป คือ

1. $y^2 + Dy + Ex + F = 0$ เป็นกราฟเปิดทางขวา หรือ ทางซ้าย

2. $x^2 + Dx + Ey + F = 0$ เป็นกราฟโค้งหงาย หรือ โค้งคว่ำ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เราสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้ดังนี้



$$1. \quad \sin A = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$

$$2. \quad \cos A = \frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

$$3. \quad \tan A = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b} \quad \text{หรือ}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$$

$$4. \quad \operatorname{cosec} A = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A} = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a} \quad \text{หรือ}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{a}$$

$$5. \quad \sec A = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} \quad \text{หรือ}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\frac{b}{c}} = \frac{c}{b}$$

$$6. \cot A = \frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } A} = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a} \quad \text{หรือ}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$$

มาตรฐานวัดมุม และการวัดมุม มาตรฐานวัดมุม พิจารณาได้ดังนี้

มาตราอังกฤษ

1 มุมฉาก แบ่งออกเป็น 90 องศา (90°)

1 องศา แบ่งออกเป็น 60 ลิปตา ($60'$)

1 ลิปตา แบ่งออกเป็น 60 ฟลิปตา ($60''$)

ความสัมพันธ์ของมาตราวัดมุมแบบองศาและเรเดียน คือ

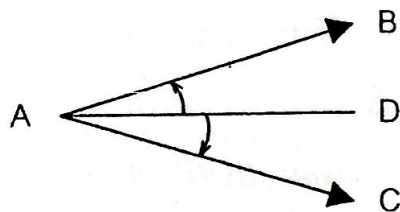
$$180^\circ = \pi \text{ เรเดียน} \quad 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ เรเดียน}$$

$$60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ เรเดียน} \quad 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ เรเดียน}$$

ข้อควรทราบ

- มุมเงย คือ มุมที่วัดจากแนวระดับขึ้นไป หรือเป็นการวัดแบบทวนเข็มนาฬิกา
- มุมก้ม คือ มุมที่วัดจากแนวระดับลงไป หรือเป็นการวัดแบบตามเข็มนาฬิกา

พิจารณาจากรูปประกอบ



จะได้ $B\hat{A}D$ คือ มุมเงย หรือเป็นการวัดทวนเข็มนาฬิกา

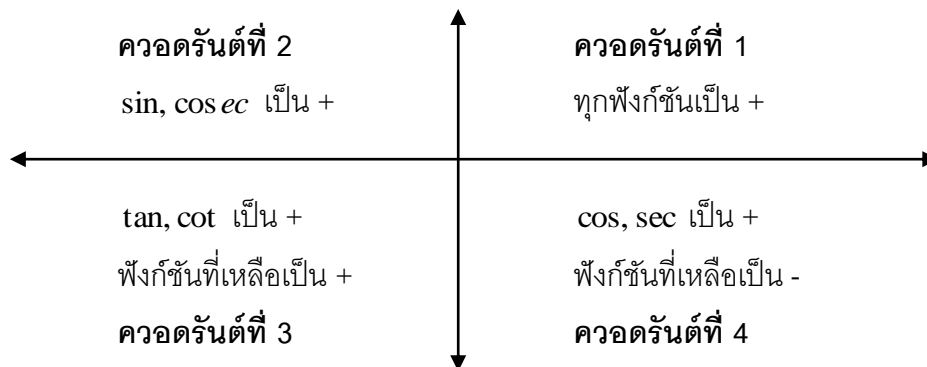
$C\hat{A}D$ คือ มุมก้ม หรือเป็นการวัดตามเข็มนาฬิกา

ตารางสรุปค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

พิจารณาได้ดังนี้

x	0	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

พิจารณาเครื่องหมายของฟังก์ชันในควอดรันต์ทั้ง 4 ได้ดังนี้



ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ควรทราบ

- $\sin A = \frac{1}{\cos ec A}$ หรือ $\sin A \cdot \cos ec A = 1$
- $\cos A = \frac{1}{\sec A}$ หรือ $\cos A \cdot \sec A = 1$
- $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ หรือ $\tan A = \frac{1}{\cot A}$ หรือ $\tan A \cdot \cot A = 1$
- $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$
- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$
- $\cos ec^2 A - \cot^2 A = 1$

ความน่าจะเป็น

การทดลองสุ่ม คือ การทดลองที่ผลลัพธ์อาจเกิดขึ้นได้ แตกต่างกันไปหลายอย่าง แต่เราไม่ทราบว่าผลลัพธ์ใดจะเกิดขึ้น

แซมเปิลสเปซ คือ กลุ่มของผลที่เกิดทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม ใช้สัญลักษณ์ S แทนแซมเปิลสเปซ
เช่น การโยนเหรียญ 1 เหรียญ ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้ คือ หัวหรือก้อย

ดังนั้น แซมเปิลสเปซ $S = \{\text{หัว, ก้อย}\}$

ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้ คือ ลูกเต๋ารับแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6
ดังนั้น แซมเปิลสเปซ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

เหตุการณ์ คือ กลุ่มย่อยของแซมเปิลสเปซ นิยมใช้ A, B, C, \dots เป็นสัญลักษณ์แทนเหตุการณ์
เนื่องจากเหตุการณ์ เป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ ดังนั้น เซตว่าง คือ เหตุการณ์หนึ่ง เช่นเดียวกัน

เช่น เหตุการณ์ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง แล้วได้ผลรวมของแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 10

ผลคือ $(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$

ถ้าให้ E แทนเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มมากกว่า หรือเท่ากับ 10 แล้ว

$$E = \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

ความน่าจะเป็น

ให้ E แทนเหตุการณ์ใดๆ ที่เป็นส่วนหนึ่งของแซมเปิลสเปซ S

$P(E)$ แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E

$n(E)$ แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E

$n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกในแซมเปิลสเปซ S

จะได้ความสัมพันธ์ว่า $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

คุณสมบัติความน่าจะเป็น

กำหนดให้ E เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ และ S เป็นแซมเปิลสเปซ จะได้ว่า

1. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 หรือ $0 \leq P(E) \leq 1$
2. ถ้า $E = \phi$ (เซตว่าง) แล้ว $P(E) = 0$ นั่นคือ $P(\phi) = 0$
3. ถ้า $E = S$ แล้ว $P(E) = 1$ นั่นคือ $P(S) = 1$ (ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ = 1)
4. ถ้า $P(E)$ แทนความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ E และ $P(E')$ แทนความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดเหตุการณ์ E จะได้ว่า $P(E) + P(E') = 1$ หรือ $P(E') = 1 - P(E)$

สถิติ

สิ่งที่ควรทราบเกี่ยวกับสถิติ

สถิติ หมายถึง ศาสตร์ซึ่งถือเป็นวิทยาศาสตร์ และศิลปศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับการเก็บรวบรวม ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการตีความหมายข้อมูล

ข้อมูล หรือข้อมูลสถิติ หมายถึง ข้อเท็จจริงที่เป็นตัวเลข หรือไม่เป็นตัวเลขที่เกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เราสนใจ เช่น ความสูง รายได้ เป็นต้น

ประชากร คือ ข้อมูลทั้งหมดที่ต้องการศึกษา

พารามิเตอร์ คือ ตัวเลขที่อธิบายลักษณะประชากร

ตัวอย่าง คือ ส่วนหนึ่ง หรือ สับเซตของประชากร

ตัวแปร คือ ลักษณะ คุณสมบัติที่สามารถเปลี่ยนค่าได้

ตารางแจกแจงความถี่

ตารางแจกแจงความถี่ คือ ตารางสถิติที่สร้างขึ้นเพื่อเปรียบเทียบความถี่ของค่าจากการสังเกต ทั้งหมดที่อยู่ในแต่ละอันตรภาคชั้นที่เป็นไปได้

ข้อมูลดิบ หรือ **คะแนนดิบ** คือ ตัวเลขแสดงปริมาณ หรือ ข้อมูลต่างๆ ที่มีใช้ตัวเลขซึ่งเก็บรวบรวมมาโดยไม่ได้จัดระเบียบใด ๆ ซึ่งได้มาจากแหล่งข้อมูลโดยตรง

ความถี่ คือ จำนวนค่าสังเกตของข้อมูล หรือ จำนวนครั้งที่เกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ในอันตรภาคชั้นที่กล่าวถึง

อันตรภาคชั้น คือ ช่วงของค่าที่เป็นไปได้แต่ละช่วงของกลุ่มคะแนนในตารางแจกแจงความถี่

ความกว้างของอันตรภาคชั้น คือ ช่วงคะแนนที่ได้จากการแบ่งคะแนนออกเป็นกลุ่มๆ เพื่อความสะดวกในการหาความถี่

ขอบล่าง คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างค่าที่น้อยที่สุดในอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าหนึ่งชั้น ซึ่งหาได้จาก

$$\text{ขอบล่าง} = \frac{\text{ค่าที่น้อยที่สุดในอันตรภาคชั้น} + \text{ค่ามากที่สุดใอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

ขอบบน คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างค่าที่มากที่สุดในอันตรภาคชั้นนั้น กับค่าน้อยที่สุดในอันตรภาคชั้นที่สูงกว่าหนึ่งชั้น ซึ่งหาได้จาก

$$\text{ขอบบน} = \frac{\text{ค่าที่มากที่สุดในอันตรภาคชั้น} + \text{ค่าน้อยที่สุดในอันตรภาคชั้นที่สูงกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

$$\text{หรือ จุดกึ่งกลางชั้น} = \frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$$

พิสัย คือค่าที่ใช้วัดการกระจายอย่างง่าย เป็นค่าที่ได้จากผลต่างระหว่าง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของข้อมูล หรือ $\text{พิสัย} = \text{ค่าสูงสุดของข้อมูล} - \text{ค่าต่ำสุดของข้อมูล}$

การสร้างตารางแจกแจงความถี่

1. กำหนดจำนวนอันตรภาคชั้นแล้วหาความกว้างของอันตรภาคชั้น โดยสูตร

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{พิสัย}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}}$$

ถ้าค่าความกว้างของอันตรภาคชั้นที่คำนวณได้มีเศษให้ปัดขึ้นเป็นจำนวนเต็ม

2. จำนวนอันตรภาคชั้นที่นิยมใช้ในการสร้างตารางแจกแจงความถี่ คือ 5-15 อันตรภาคชั้น
3. อันตรภาคชั้นต่ำสุดและอันตรภาคชั้นสูงสุด ต้องมีคะแนนที่เป็นค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของข้อมูล
4. ถ้าคะแนนดิบมีจำนวนมาก ความกว้างของอันตรภาคชั้นควรจัดให้ อันตรภาคชั้นที่มีค่าน้อยที่สุดและมากที่สุด ให้สังเกตง่าย
5. ความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใด คือ ผลรวมของความถี่ของค่านั้นหรือของอันตรภาคชั้นนั้นกับ ความถี่ของค่าหรือ ของอันตรภาคชั้นที่มีช่วงคะแนนต่ำกว่าทั้งหมดหรือสูงกว่าทั้งหมดอย่างใดอย่างหนึ่ง

ค่ากลางของข้อมูล

ค่ากลางของข้อมูล คือ ตัวเลขซึ่งแทนข้อมูลทั้งหมด ที่มีค่าใกล้เคียงกับข้อมูลส่วนมากซึ่งการคำนวณหาค่ากลางของข้อมูล ที่นิยมใช้ พิจารณาได้ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต สามารถหาได้หลายวิธี พิจารณาดังนี้

- กำหนดให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ เป็นข้อมูล N จำนวน จะได้ว่า

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} \quad \text{หรือ} \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

โดยที่ \bar{x} = ค่าเฉลี่ยเลขคณิต, N = จำนวนข้อมูล

$$\sum x = \text{ผลบวกของข้อมูล } N \text{ จำนวน}$$

- การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

กำหนดให้ f_1, f_2, \dots, f_N เป็นความถี่ของค่าที่ได้จากการสังเกต x_1, x_2, \dots, x_N ของข้อมูล

$$N \text{ จำนวน ตามลำดับแล้ว จะได้ว่า } \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_N x_N}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_N} \quad \text{หรือ} \quad \bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$

$$\text{โดยที่ } N = \text{ผลรวมของความถี่} = \sum f$$

$$fx = \text{ผลคูณของความถี่กับจุดกึ่งกลาง แต่ละอันตรภาคชั้น}$$

$$\sum fx = \text{ผลรวมของผลคูณระหว่างความถี่กับจุดกึ่งกลาง}$$

คุณสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต พิจารณาได้ดังนี้

- ผลรวมของข้อมูลทุกๆ ค่า = ค่าเฉลี่ยเลขคณิต \bar{x} จำนวนข้อมูลทั้งหมดนั่นคือ $\sum x = \bar{x} \cdot N$

- ผลรวมของผลต่างแต่ละค่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับศูนย์ นั่นคือ $\sum (x - \bar{x}) = 0$

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดใดๆ จะอยู่ระหว่างค่าต่ำสุด และค่าสูงสุดของข้อมูลชุดนั้นๆ

2. มัธยฐาน

มัธยฐาน คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อเรียงข้อมูลจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด หรือจากค่ามากที่สุดไปหาค่าน้อยที่สุด ซึ่งมัธยฐานเป็นค่าที่แสดงให้เราทราบว่า มีจำนวนข้อมูลที่มากกว่า และน้อยกว่านี้อยู่ประมาณเท่าๆกัน ใช้สัญลักษณ์ Mdn แทนมัธยฐาน

วิธีการหาค่ามัธยฐาน พิจารณาดังนี้

- การหาค่ามัธยฐานของข้อมูลไม่ได้แจกแจงความถี่

1. ถ้าข้อมูลมี N จำนวน และ N เป็นจำนวนเต็มคี่บวก ให้การเรียงข้อมูลจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด หรือ จากค่ามากที่สุดไปหาค่าน้อยที่สุด มัธยฐานของข้อมูล คือ $\frac{N+1}{2}$
2. ถ้าข้อมูลมี N จำนวน และ N เป็นจำนวนเต็มคู่บวก ให้การเรียงข้อมูลจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด หรือ จากค่ามากที่สุดไปหาค่าน้อยที่สุด มัธยฐานของข้อมูล คือ $\frac{N+1}{2}$

- การหามัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

มัธยฐานจะมีตำแหน่งอยู่ที่ $\frac{N}{2}$ เมื่อ N คือ จำนวนของข้อมูลทั้งหมด

วิธีการหาค่ามัธยฐาน พิจารณาดังนี้

1. หาความถี่สะสมแล้วหาตำแหน่งของมัธยฐาน
2. เปรียบเทียบความถี่สะสมกับค่าจากอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐาน

3. ฐานนิยม

ฐานนิยม คือ ค่าของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด ใช้สัญลักษณ์ M_o

พิจารณาวิธีการหาฐานนิยม ได้ดังนี้

- การหาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ถ้าข้อมูลชุดใดไม่มีข้อมูลซ้ำกันเลย ข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม และในข้อมูลชุดหนึ่งอาจจะมีฐานนิยมมากกว่า 1 ค่าก็ได้

- การหาฐานนิยมของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

$$\text{สรุปได้ว่า} \quad M_o = L_0 + i \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

โดยที่ L_0 = ขอบล่างของชั้นที่มีความถี่สูงสุด

i = ความกว้างของอันตรภาคชั้น

d_1 = ผลต่างของความถี่สูงสุด กับความถี่ของชั้นถัดไปทางค่าน้อย

d_2 = ผลต่างของความถี่สูงสุด กับความถี่ของชั้นถัดไปทางค่ามาก

เรขาคณิตวิเคราะห์

เส้นตรงและมุม สิ่งที่ต้องทราบ

- จุด เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้บอกตำแหน่ง ไม่มีความหมาย และความกว้าง
- เส้นตรง มีความยาวไม่จำกัด และไม่มี ความกว้าง
- ส่วนของเส้นตรง คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายสองจุด
- รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียวเท่านั้น
- มุม คือ รังสีสองรังสีที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน โดยที่ เรียก รังสี 2 เส้นนี้ว่า แขนของมุม และจุดปลายที่เป็นจุดเดียวกัน เรียกว่า จุดยอดมุม

ชนิดของมุม สามารถพิจารณาได้ดังนี้

- มุมประชิด คือ มุม 2 มุม ที่มีจุดยอดร่วมกัน และมีแขนของมุมร่วมกัน 1 แขน
- มุมแหลม หรือ มุมเฉียบ คือ มุมที่มีขนาดเล็กกว่า 90 องศา (มุมแหลม $< 90^\circ$)
- มุมฉาก คือ มุมที่มีขนาด 90 องศา (มุมฉาก = 90°)
- มุมป้าน คือ มุมที่มีขนาดใหญ่กว่า 90 องศา แต่เล็กกว่า 180 องศา ($90^\circ < \text{มุมป้าน} < 180^\circ$)
- มุมตรง คือ มุมที่มีขนาด 180 องศา (มุมตรง = 180°)
- มุมกลับ คือ มุมที่มีขนาดใหญ่กว่า 180 องศา แต่เล็กกว่า 360 องศา ($180^\circ < \text{มุมกลับ} < 360^\circ$)
- มุมตรงข้าม คือ มุมที่เกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน
- มุมภายนอก คือ มุมที่เกิดจากการต่อด้านของรูปสี่เหลี่ยมต่างๆ ออกไป
- มุมภายใน คือ มุมทุกมุมที่อยู่ภายในรูปเหลี่ยมต่าง ๆ

สัจพจน์เรขาคณิตที่ต้องทราบ

- รูปเรขาคณิตทั้งหลายย่อมเคลื่อนที่ได้
- เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่หนึ่งจะขนานกันก็ต่อเมื่อ ผลบวกของขนาดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา
- ปลายทั้งสองของเส้นตรง อาจถูกต่อออกไปได้ไม่จำกัดความยาว

- เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลาง และส่วนของเส้นตรงเป็นรัศมี สามารถสร้างวงกลมได้เพียงเดียวเท่านั้น
- ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งมีจุดกึ่งกลางได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น
- มุมๆ หนึ่งย่อมมีเส้นแบ่งครึ่งมุมได้เพียงเส้นเดียว
- เมื่อกำหนดจุดบนเส้นตรงให้ สามารถลากเส้นตั้งฉากกับเส้นตรงที่จุดนั้นได้เพียงเส้นเดียว
- เส้นที่ลาก จากจุดภายนอกมายังเส้นตรงเส้นหนึ่ง เส้นตั้งฉากย่อมสั้นที่สุด
- มุมรอบจุดๆ หนึ่งรวมกัน จะเท่ากับ 2 เท่าของมุมตรง หรือ 4 เท่าของมุมฉาก หรือ เท่ากับ 360°
- เส้นตรงเส้นหนึ่งจะตัดวงกลมได้สองจุด เรียกเส้นตรงนี้ว่า **เส้นผ่าวงกลมหรือเส้นพาดวง**

เรขาคณิตวิเคราะห์

ทฤษฎีบทเบื้องต้นทางเรขาคณิต

- ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้าเส้นตรง 2 เส้นตัดกันแล้ว มุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากับ
- ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่ง ตัดกับเส้นตรงคู่ขนานแล้ว มุมแย้งที่เกิดขึ้น จะมีขนาดเท่ากัน
- ทฤษฎีบทที่ 3 ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใดๆ เท่ากับ 180 องศา
- ทฤษฎีบทที่ 4 ขนาดของมุมภายนอกรูปสามเหลี่ยมใดๆ จะเท่ากับผลบวกของขนาดมุมภายในในพื้นที่
ไม่ใช่มุมประชิด

ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

- ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่นั้นยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด)
- ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีมุมเท่ากันสองคู่ และด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมคู่นั้นยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการ แบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.)
- ทฤษฎีบทที่ 3 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีมุมเท่ากันสองคู่ และด้านยาวเท่ากันหนึ่งคู่แล้วรูปสามเหลี่ยมนี้จะเท่ากันทุกประการ แบบ มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.)
- ทฤษฎีบทที่ 4 ถ้ารูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาวเท่ากันสองด้านแล้ว มุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวเท่ากัน จะมีขนาดเท่ากัน

ทฤษฎีบทที่ 5 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.)

ทฤษฎีบทที่ 6 ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอีกด้านหนึ่งยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน (ฉ.ด.ด.)

ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ทฤษฎีบทที่ 1 ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน

ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่แล้วรูปสี่เหลี่ยมนี้จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ทฤษฎีบทที่ 3 ผลบวกขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมใดๆ จะเท่ากับ 30 องศา

ทฤษฎีบทที่ 4 ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง มีมุมตรงข้ามที่มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว รูปสี่เหลี่ยมนี้จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

วงกลม

ส่วนประกอบของวงกลม

- รัศมี คือ ส่วนของเส้นตรงที่ต่อระหว่างจุดศูนย์กลางกับเส้นรอบวงกลมวงเดียวกัน
- เส้นผ่าศูนย์กลาง คือ ส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางและจุดทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน
- คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน คอร์ดที่ยาวที่สุดคือเส้นผ่านศูนย์กลาง
- ส่วนของวงกลม คือ ส่วนของวงกลมที่ปิดด้วยคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมเดียวกัน
- ครึ่งวงกลม คือ ส่วนของวงกลมที่ปิดด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางกับส่วนโค้งของวงกลมเดียวกัน
- มุมในส่วนของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดอยู่บนวงกลม และด้านที่รองรับมุมยอดเป็นคอร์ดของวงกลมเดียวกัน
- มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอด อยู่บนวงกลม และแขนของมุมทั้งสองผ่านจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นโค้งและมุมภายในวงกลมของวงกลมวงเดียว

1. ในวงกลมหนึ่ง มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็น 2 เท่าของมุมที่เส้นรอบวงซึ่งตั้งอยู่บนส่วนโค้งเดียวกัน
2. ในวงกลมวงหนึ่งมุมที่อยู่ในส่วนของวงกลมเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน
3. ในวงกลมใด ๆ มุมในส่วนของครึ่งวงกลมจะเป็นมุมฉาก
4. มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่แนบในวงกลมรวมกัน จะเท่ากับสองมุมฉาก

ทฤษฎีเกี่ยวกับคอर्डของวงกลมเดียว

1. ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งไปยังจุดกึ่งกลางของคอर्डใดๆ ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้น จะตั้งฉากกับคอर्ड
2. ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งไปตั้งฉากกับคอर्डใดๆ ของวงกลมนั้น จะแบ่งครึ่งคอर्डนั้น
3. ถ้าลากเส้นตรงจากจุด ๆ หนึ่งไปยังเส้นรอบวงของวงกลมวงนั้น ได้ความยาวเท่า ๆ กัน มากกว่าสองเส้นแล้ว จุดนั้นจะเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
4. ในวงกลมวงหนึ่ง คอर्डที่ยาวเท่ากัน จะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน และคอर्डที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน จะยาวเท่ากัน
5. วงกลมทั้งหลายที่ผ่านจุดสองจุดคงที่ จะมีทางเดินของจุดศูนย์กลาง เป็นเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่ต่อจุดทั้งสองนั้น

ทฤษฎีเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม

1. เส้นสัมผัสของวงกลมใดๆ จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมวงนั้นที่จุดสัมผัส
2. ถ้าลากเส้นตรงจากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลม จะได้
 - 2.1 จะลากได้สองเส้น
 - 2.2 เส้นสัมผัสสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน

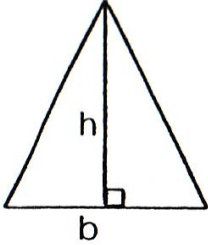
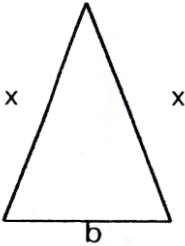
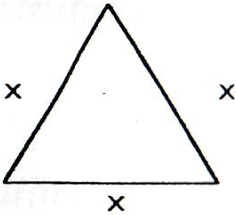
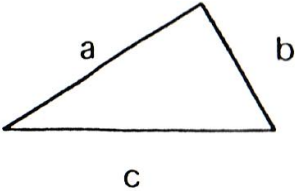
- 2.3 เส้นสัมผัสสองเส้นนั้น รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางโตเท่ากัน
3. มุมที่เกิดระหว่างเส้นสัมผัสกับปลายคอร์ดที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับมุมในส่วนของวงกลมที่อยู่ตรงข้าม
4. วงกลมสองวงสัมผัสกันภายในหรือภายนอกจุดสัมผัสและจุดศูนย์กลางของวงกลมทั้งสอง จะอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

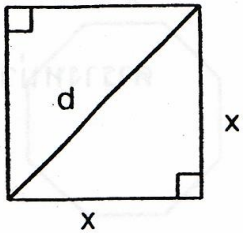
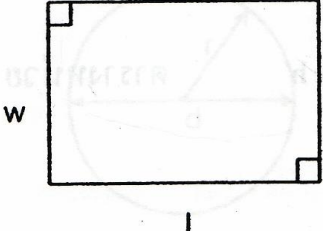
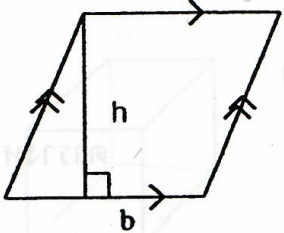
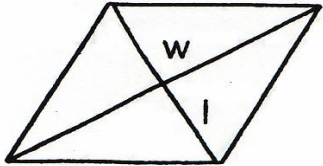
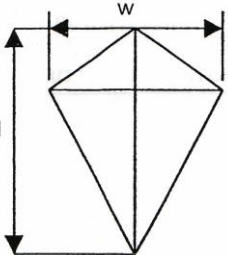
ทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด ส่วนโค้ง และมุมภายในวงกลมของวงกลมสองวง

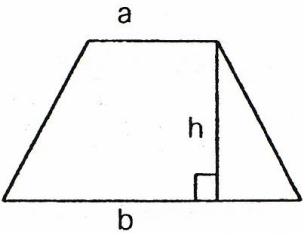
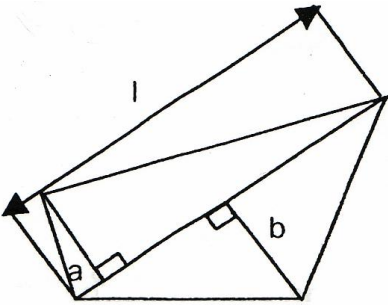
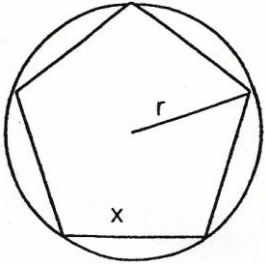
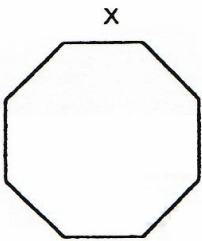
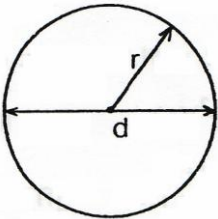
1. ในวงกลมเดียวกัน หรือวงกลมที่เท่ากัน ส่วนโค้งที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน จะเป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง หรือมุมที่เส้นรอบวง ก็จะตามยาวเท่ากัน
2. ในวงกลมเดียวกัน หรือวงกลมที่เท่ากัน คอร์ดที่ยาวเท่ากัน จะตัดส่วนโค้งได้ยาวเท่ากัน

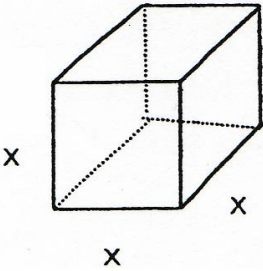
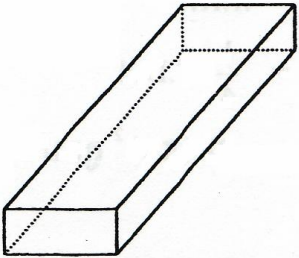
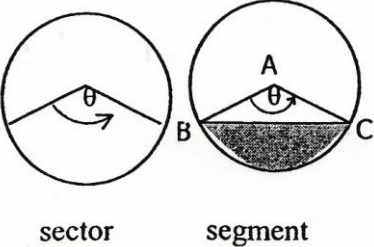
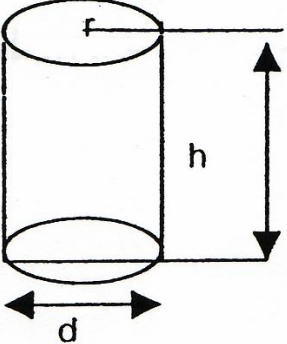
พื้นที่ผิว ปริมาตร และการประยุกต์

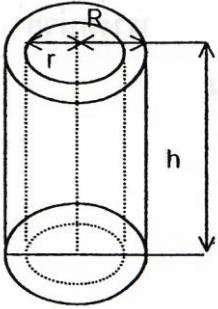
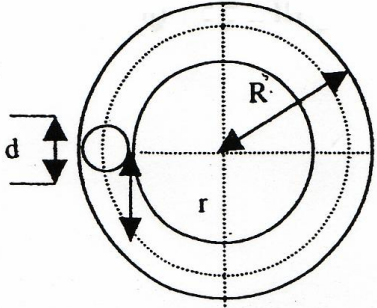
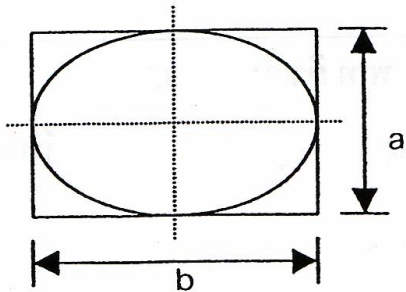
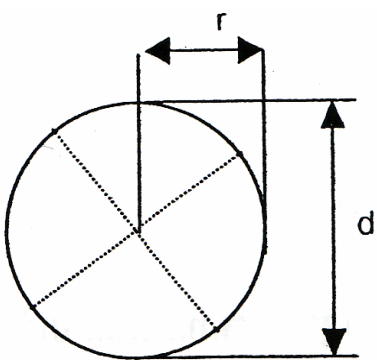
พิจารณาสูตรในการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของรูปทรงต่าง ๆ ได้ดังนี้

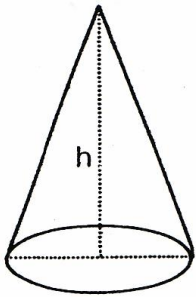
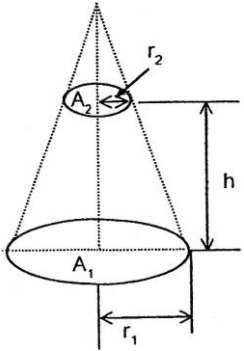
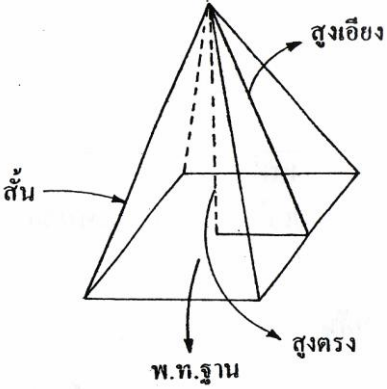
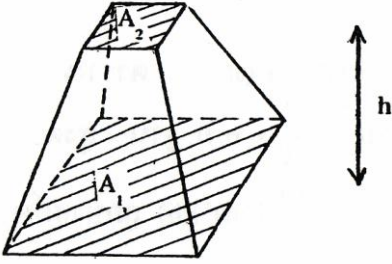
รูปทรง	สูตรในการหาพื้นที่หรือปริมาตร
<p>1. รูปสามเหลี่ยมใดๆ</p> 	<p>1. พ.ท. = $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x สูง</p> <p style="margin-left: 40px;">= $\frac{1}{2} \times b \times h$ ตารางหน่วย</p>
<p>2. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว</p> 	<p>2. พ.ท. = $\left(\frac{1}{4}\right)^b \sqrt{4x^2 - b^2}$ ตารางหน่วย</p>
<p>3. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า</p> 	<p>3. พ.ท. = $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times (\text{ด้าน})^2$</p> <p style="margin-left: 40px;">= $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \times x^2$ ตารางหน่วย</p>
<p>4. รูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวสามด้าน</p> 	<p>4. พ.ท. = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ตารางหน่วย</p> <p style="margin-left: 40px;">โดยที่ $s = \frac{a+b+c}{2}$ หน่วย</p>

รูปทรง	สูตรในการหาพื้นที่หรือปริมาตร
<p>5. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</p> 	<p>5. พ.ท. = ด้าน \times ด้าน</p> $= (x) \times (x) = x^2 \text{ ตารางหน่วย}$ <p>หรือ พ.ท. = $\frac{(\text{ความยาวของเส้นทแยงมุม})^2}{2}$</p> $= \frac{d^2}{2} \text{ ตารางหน่วย}$
<p>6. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า</p> 	<p>6. พ.ท. = ความกว้าง \times ความยาว</p> $= W \times l \text{ ตารางหน่วย}$
<p>7. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> 	<p>7. พ.ท. = ความยาวของฐาน \times ส่วนสูง</p> $= b \times h \text{ ตารางหน่วย}$
<p>8. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน</p> 	<p>8. พ.ท. = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของความยาวของเส้นทแยงมุมทั้งสอง</p> $= \left(\frac{1}{2}\right) \times W \times l \text{ ตารางหน่วย}$
<p>9. รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว</p> 	<p>9. พ.ท. = $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของความยาวของเส้นทแยงมุมทั้งสอง</p> $= \left(\frac{1}{2}\right) \times W \times l \text{ ตารางหน่วย}$

รูปทรง	สูตรในการหาพื้นที่หรือปริมาตร
<p>10. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู</p> 	<p>10. พ.ท. = $\left(\frac{1}{2}\right) \times (\text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน}) \times \text{สูง}$ $= \left(\frac{1}{2}\right) \times (a + b) \times h$ ตารางหน่วย</p>
<p>11. รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า</p> 	<p>11. พ.ท. = $\left(\frac{1}{2}\right) \times \text{ผลบวกของความยาวของเส้นกึ่งเส้นทแยงมุม} \times \text{ความยาวเส้นทแยงมุม}$ $= \left(\frac{1}{2}\right) \times (a + b) \times l$ ตารางหน่วย</p>
<p>12. รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบรรจุในวงกลม</p> 	<p>12. พ.ท. = $\left(\frac{5}{4}\right) \sqrt{4r^2 - x^2}$ ตารางหน่วย</p>
<p>13. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่า</p> 	<p>13. พ.ท. = $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times (\text{ด้าน})^2$ $= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times x^2$ ตารางหน่วย</p>
<p>14. รูปวงกลม</p> 	<p>14. ความยาวเส้นรอบวง $2\pi r^2 = \pi d$ หน่วย พ.ท. = $\pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$ ตารางหน่วย</p>

รูปทรง	สูตรในการหาพื้นที่หรือปริมาตร
<p>15. รูปสี่เหลี่ยมทรงลูกบาศก์</p> 	<p>15. พ.ท. ผิวทั้งหมด = $6(\text{ด้าน})^2$ $= 6x^2$ ตารางหน่วย ปริมาตร = $(\text{ด้าน})^3$ $= x^3$ ลูกบาศก์หน่วย</p>
<p>16. รูปทรงปริซึม</p> 	<p>16. พ.ท. ผิวทั้งหมด = พ.ท. ผิวข้าง + พ.ท. หัวและท้าย $= \text{พ.ท. ฐาน} \times \text{สูง}$ ลูกบาศก์หน่วย</p>
<p>17. รูป sector และ segment</p> 	<p>17. พ.ท. sector = $\pi r^2 = \left(\frac{\theta}{360}\right)$ ตารางหน่วย พ.ท. segment = พ.ท. sector - พ.ท. $\triangle ABC$ ตารางหน่วย โดยที่ θ = ขนาดของมุมยอด sector r = รัศมีวงกลม sector = เซกเตอร์, segment = เซกเมนต์</p>
<p>18. รูปทรงกระบอกตัน</p> 	<p>18. พ.ท. ผิวทั้งหมด = พ.ท. ผิวข้าง + พ.ท. หัวตัดหัวท้าย $= 2\pi r h + 2\pi r^2$ ตารางหน่วย ปริมาตรทรงกระบอกตัน = พ.ท. ฐาน \times สูง $= (\pi r^2)(h)$ ลูกบาศก์หน่วย $= \left(\frac{rd^2}{4}\right)(h)$ ลูกบาศก์หน่วย</p>

รูปทรง	สูตรในการหาพื้นที่หรือปริมาตร
<p>19. รูปทรงกระบอกกลวง</p> 	<p>19. ปริมาตรทรงกระบอกกลวง</p> <p>= พ.ท. ฐานวงแหวน x สูง</p> <p>= $\pi(R^2 - r^2)(h)$ ลูกบาศก์หน่วย</p>
<p>20. รูปทรงวงแหวนกลม</p> 	<p>20. พ.ท. ผิวทั้งหมด = $\frac{1}{4}\pi^2 \cdot D \cdot d$</p> <p>= $4r \cdot R\pi^2$ ตารางหน่วย</p> <p>ปริมาตร = $\frac{1}{4}\pi^2 \cdot D \cdot d^2$</p> <p>= $2R(\pi r)^2$ ลูกบาศก์หน่วย</p>
<p>21. วงรี</p> 	<p>21. พ.ท. วงรี = $\frac{\pi}{4} \cdot a \cdot b$ ตารางหน่วย</p> <p>ความยาวเส้นรอบวงรูปวงรี = $\frac{\pi}{2} \sqrt{2(a^2 + b^2)}$ หน่วย</p>
<p>22. รูปทรงกลมตัน</p> 	<p>22. พ.ท. ผิวทั้งหมด = $4\pi r^2$ ตารางหน่วย</p> <p>= πd^2 ตารางหน่วย</p> <p>ปริมาตรทรงกลมตัน = $\frac{4}{3}\pi r^3$</p> <p>= $\frac{\pi d^3}{6}$ ลูกบาศก์หน่วย</p>

รูปทรง	สูตรในการหาพื้นที่หรือปริมาตร
<p>23. รูปทรงกรวย</p> 	<p>23. พ.ท.ผิวทั้งหมด = พ.ท.เอียง + พ.ท.ฐานรูปวงกลม</p> $= (\pi r) + (\pi r^2) \text{ ตารางหน่วย}$ <p>ปริมาตรของกรวย = $\frac{1}{3} \times \text{พ.ท.ฐาน} \times \text{สูงตรง}$</p> $= \left(\frac{1}{3}\right)(\pi r^2)(h) \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$
<p>24. รูปทรงกรวยตัดยอด</p> 	<p>24. ปริมาตรกรวยยอดตัด</p> $= \frac{1}{3} \cdot h \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$ $= \frac{1}{3} h (\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \sqrt{\pi r_1^2 \times \pi r_2^2})$ $= \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$ <p>พ.ท.ผิวทั้งหมด = พ.ท.ฐาน + พ.ท.หน้าตัดบน + พ.ท.ผิวข้าง</p>
<p>25. รูปทรงพีระมิด</p> 	<p>25. พ.ท.ผิวทั้งหมด = พ.ท.ผิวเอียง + พ.ท.ฐาน</p> <p>ปริมาตร = $\frac{1}{3} \times \text{พ.ท.ฐาน} \times \text{สูงตรง}$ ลูกบาศก์หน่วย</p>
<p>26. รูปทรงพีระมิดยอดตัด</p> 	<p>26. พ.ท.ผิวทั้งหมด = พ.ท.ฐาน + พ.ท.หน้าตัดบน + พ.ท.ผิวข้าง</p> <p>ปริมาตร = $\frac{1}{3} h (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$ ลูกบาศก์หน่วย</p>

ใบความรู้ (ครั้งที่ 2-6)

สารบัญ

สรุปสูตรคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4/ม.5/ม.6

เรื่อง	หน้า
ม.4 เทอมต้น	
บทที่ 1 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	2
บทที่ 2 ระบบจำนวนจริง	4
บทที่ 3 ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	7
ม.4 เทอมปลาย	
บทที่ 4 ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์	8
บทที่ 5 ฟังก์ชัน	10
บทที่ 6 เรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย	14
ม.5 เทอมต้น	
บทที่ 7 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	18
บทที่ 8 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	21
บทที่ 9 เวกเตอร์ในสามมิติ	24
ม.5 เทอมปลาย	
บทที่ 10 จำนวนเชิงซ้อน	26
บทที่ 11 ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น	29
บทที่ 12 ความน่าจะเป็น	30
บทที่ 13 การสำรวจความคิดเห็น	33
ม.6 เทอมต้น	
บทที่ 14 การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	33
บทที่ 15 การแจกแจงปกติ	37
บทที่ 16 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	37
ม.6 เทอมปลาย	
บทที่ 17 ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์	38
บทที่ 18 แคลคูลัสเบื้องต้น	40
บทที่ 19 กำหนดการเชิงเส้น	44

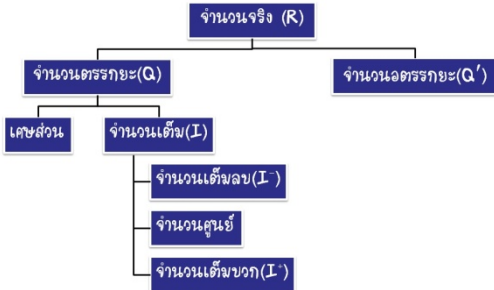
บทที่ 1 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

ความรู้เบื้องต้นเรื่องตรรกศาสตร์					
1) ประพจน์ คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีค่าความจริงเป็นจริง(T) หรือ เป็นเท็จ (F) อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น พวกสุภาษิต คำอุทาน คำสั่ง ขอร้อง อ้อนวอน โปรดเถอะนะ พวกนี้ไม่เป็นประพจน์ 2) ประโยคเปิด คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีตัวแปร ยังตัดสินไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ					
ตารางค่าความจริง (ต้องจำให้ได้ให้หมด)					
จุดสังเกตอยู่ตรงที่วงกลมไว้					
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T
ตัวเชื่อมประพจน์ มี 4 แบบ คือ 1) และ สัญลักษณ์ \wedge 2) หรือ สัญลักษณ์ \vee 3) ถ้า...แล้ว สัญลักษณ์ \rightarrow 4) ...ก็ต่อเมื่อ... สัญลักษณ์ \leftrightarrow					
ประพจน์ที่สมมูลกัน					
1) ประพจน์ที่สมมูลกัน คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงตรงกันทุกกรณี สัญลักษณ์ \equiv แทนสมมูล 2) รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน					
การสลับที่	การเปลี่ยนกลุ่ม		การกระจาย		
$p \wedge q \equiv q \wedge p$	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$		$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$		
$p \vee q \equiv q \vee p$	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$		$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$		
$p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$					
กฎเดอร์ มอร์แกน	กฎเปลี่ยนรูป				
$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (สำคัญมากตัวนี้ต้องจำให้ได้)				
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (สำคัญมากตัวนี้ต้องจำให้ได้)				
สังเกตว่า กระจายนิเสธเข้าไปแล้ว	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$				
นิเสธของประพจน์					
1) นิเสธของประพจน์ คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงตรงข้ามกับประพจน์ที่กำหนด สัญลักษณ์ (\sim) ใส่หน้าข้อความที่ต้องการหานิเสธ แล้วใช้เรื่อง ประพจน์ที่สมมูลกัน เปลี่ยนรูปจนได้คำตอบ					

สัจนิรันดร์(Tautology)
<p>1) สัจนิรันดร์ คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี</p> <p>2) วิธีตรวจสอบมี 3 วิธี สร้างตารางค่าความจริง/ ใช้เรื่องสมมูล / สมมติให้เป็นเท็จ</p> <p>3) ส่วนใหญ่ข้อความที่เชื่อมด้วยเครื่องหมาย ถ้า...แล้ว(→) จะตรวจสอบโดยสมมติให้เป็น เท็จ แล้วลองใส่ค่าความจริงให้ประพจน์แต่ละตัวถ้าค่าความจริงสอดคล้องกันหมด แปลว่า ไม่เป็นสัจนิรันดร์ ถ้าไม่สอดคล้องแปลว่า เป็นสัจนิรันดร์</p>
ข้อความที่สมเหตุสมผล
<p>1) วิธีตรวจสอบว่าข้อความที่ให้มา สมเหตุสมผลหรือไม่</p> <ul style="list-style-type: none"> • ให้เอาเหตุและผลมาเชื่อมกันด้วยเครื่องหมาย ถ้า...แล้ว (→) • สมมติให้เป็นเท็จ จะได้ เหตุเป็นจริง และ ผลเป็นเท็จ • ถ้าสอดคล้องกันหมด แปลว่า ไม่สมเหตุสมผล ถ้าไม่สอดคล้องแปลว่า สมเหตุสมผล
ตัวบ่งปริมาณ
<p>1) $\exists x [P(x)]$ หมายถึง สำหรับ x บางตัว</p> <p>2) $\forall x [P(x)]$ หมายถึง สำหรับ x ทุกตัว</p> <p>3) ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ ให้พิจารณา ตัวบ่งปริมาณ ประโยคเปิด และ เอกภพสัมพัทธ์</p> <p>4) ตัวบ่งปริมาณแบบ 2 ตัว</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\forall x \forall y [P(x, y)]$ (x ทุกตัว y ทุกตัว) • $\forall x \exists y [P(x, y)]$ (x ทุกตัว y อย่างน้อย 1 ตัว) • $\exists x \forall y [P(x, y)]$ (x บางตัว y ทุกตัว) • $\exists x \exists y [P(x, y)]$ (x บางตัว y อย่างน้อย 1 ตัว)
นิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ
<p>1) สังเกตว่า กระจายนิเสธแล้ว ตัวบ่งปริมาณจะเปลี่ยน</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\sim \exists x [P(x)] \equiv \forall x [\sim P(x)]$ • $\sim \forall x [P(x)] \equiv \exists x [\sim P(x)]$ • $\sim \exists x \exists y [P(x,y)] \equiv \forall x \forall y [\sim P(x, y)]$ • $\sim \exists x \forall y [P(x,y)] \equiv \forall x \exists y [\sim P(x, y)]$ • $\sim \forall x \exists y [P(x,y)] \equiv \exists x \forall y [\sim P(x, y)]$ • $\sim \forall x \forall y [P(x,y)] \equiv \exists x \exists y [\sim P(x, y)]$

บทที่ 2 ระบบจำนวนจริง

โครงสร้างของระบบจำนวนจริง จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ



จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน $\frac{a}{b}$ ได้ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็มและ $b \neq 0$

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนจริงที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มได้

เปรียบเทียบจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ได้ตามตารางด้านล่าง

จำนวนตรรกยะ	จำนวนอตรรกยะ
เขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้	เขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มไม่ได้
ถ้าตัดเครื่องหมายรากจะถอดได้ลงตัว	ตัดเครื่องหมายราก และถอดไม่ลงตัว
ถ้าเป็นทศนิยม จะเป็นทศนิยมซ้ำ เช่น 2.353535...	ถ้าเป็นทศนิยมจะเป็นทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น 2.353353335...
ให้เป็นค่าประมาณของ π คือ $\frac{22}{7}$	ให้เป็นสัญลักษณ์พิเศษ คือ π, e

การเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยม และการเปลี่ยนทศนิยมเป็นเศษส่วน

1) การเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมใช้วิธีการตั้งหาร จะหารสั้น หรือ หารยาวก็ได้ตามใจเลย

2) การเปลี่ยนทศนิยมเป็นเศษส่วน

- ถ้าเป็นทศนิยมธรรมดา ก็สามารถทำได้เลย เช่น $0.2 = \frac{2}{10}$

- ถ้าเป็นทศนิยมซ้ำ เช่น $0.\dot{4} = \frac{4}{9}$, $0.2\dot{3} = \frac{23-2}{90} = \frac{21}{90}$, $0.\dot{3}\dot{1} = \frac{31}{99}$ เป็นต้น

เอกลักษณ์ และ อินเวอร์ส

1) เอกลักษณ์การบวก คือ 0 เพราะว่า 0 บวกกับจำนวนใดก็ได้จำนวนนั้น

2) เอกลักษณ์การคูณ คือ 1 เพราะว่า 1 คูณกับจำนวนใดก็ได้จำนวนนั้น

3) อินเวอร์สการบวกของ a คือ $-a$ เพราะว่าเป็นจำนวนที่บวกกับ a แล้วได้เอกลักษณ์การบวก เช่น อินเวอร์สการบวกของ 10 คือ -10 (ง่าย ๆ เลยใส่เครื่องหมายลบ เข้าไปข้างหน้า)

4) อินเวอร์สการคูณของ a คือ $\frac{1}{a}$ เพราะว่าเป็นจำนวนที่คูณกับ a แล้วได้เอกลักษณ์การคูณ

โอเปอเรชั่น

1) เป็นการกำหนดเงื่อนไขการกระทำของจำนวน

เช่น กำหนด $a \oplus b = a + b - 2$ จงหา $2 \oplus 5$ จะได้ $2 \oplus 5 = 2 + 5 - 2 = 5$

การแก้สมการ

- 1) แก้สมการด้วยวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม (มักจะใช้การแยกตัวประกอบแบบ 2 วงเล็บ)
 - การดึงตัวร่วม
 - การแยกตัวประกอบสองวงเล็บ
 - กำลังสองสมบูรณ์
 - ผลต่างกำลังสอง
 - ผลบวก หรือ ผลต่างกำลังสาม
 - วิธีเพิ่มเข้า-ลบออก
 - จับคู่ ดึงตัวร่วม
 - การหารสังเคราะห์
- 2) หรือใช้สูตรสำหรับแก้สมการกำลังสอง ที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ ดังนี้

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ช่วง (Interval)

- กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a < b$
- 1) ช่วง แบ่งเป็น 4 แบบ ช่วงปิด ช่วงเปิด ช่วงครึ่งเปิด และ ช่วงอนันต์
 - 2) ช่วงปิด สัญลักษณ์ $[a, b]$ ถ้าวาดกราฟจะเป็นวงกลมทึบ
 - 3) ช่วงเปิด สัญลักษณ์ (a, b) ถ้าวาดกราฟจะเป็นวงกลมโปร่ง
 - 4) ช่วงครึ่งเปิด มี 2 แบบ สัญลักษณ์ คือ $[a, b)$ หรือ $(a, b]$ ถ้าวาดกราฟตรงที่เป็นวงเล็บ $[,]$ จะเป็นวงกลมทึบ และถ้าเป็น $(,)$ จะเป็นวงกลมโปร่ง
 - 5) ช่วงอนันต์ มี 2 แบบ สัญลักษณ์ คือ (a, ∞) หรือ $(-\infty, a)$
 - 6) การเขียนช่วงอนันต์ ด้านที่เป็นตัวอินฟินิตี้เป็นช่วงเปิดเสมอ

การแก้สมการ

- 1) ขั้นตอนการแก้สมการ มี 3 ส่วนคือ แยกตัวประกอบ ตีเส้นจำนวน และ เลือกช่วงของคำตอบ
- 2) ถ้าย้ายจำนวนที่ติดลบ ไปคูณหรือหาร เครื่องหมาย $>, <, \geq$ และ \leq ของอสมการจะต้องเปลี่ยนเป็นเครื่องหมายตรงกันข้าม เช่น $-2x < 6$ เอา -2 หารตลอด จะได้ $x > -3$

ค่าสัมบูรณ์ (Absolute value)

- 1) ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a ใดๆ หมายถึง ระยะห่างระหว่าง 0 (ศูนย์) กับจุด a บนเส้นจำนวน
- 2) ค่าสัมบูรณ์เป็นบวกเสมอ เพราะเป็นระยะห่าง
- 3) สมบัติของค่าสัมบูรณ์
 - $|x| \geq 0$ เสมอ
 - $|x| = |-x|$
 - $|x - y| = |y - x|$
 - $|x|^2 = |x^2| = x^2$

- $|xy| = |x||y|$

- $\frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$

- $|x + y| \leq |x| + |y|$

- $|x - y| \geq |x| - |y|$

4) การแก้สมการค่าสัมบูรณ์ มี 3 วิธี ดังนี้

4.1 แปลตามนิยาม

4.2 ยกกำลังสอง

4.3 แปลค่าทีละค่าสัมบูรณ์

5) การแก้สมการค่าสัมบูรณ์

ทฤษฎีบท เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก จะได้

- ถ้า $|x| < a$ หมายถึง $-a < x < a$

- ถ้า $|x| \leq a$ หมายถึง $-a \leq x \leq a$

- ถ้า $|x| > a$ หมายถึง $x < -a$ หรือ $x > a$

- ถ้า $|x| \geq a$ หมายถึง $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$

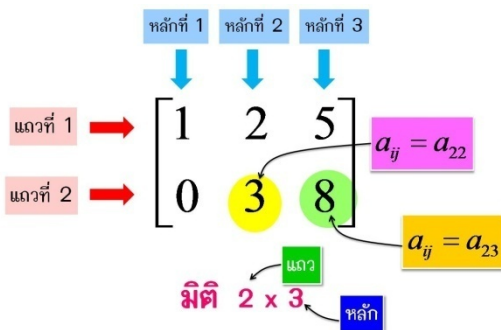
บทที่ 3 ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

การหารลงตัว
<ol style="list-style-type: none"> 1) สัญลักษณ์ $b \mid a$ หมายถึง b หาร a ลงตัว, b เป็นตัวหาร a เป็นตัวตั้ง 2) b หาร a ลงตัว ก็ต่อเมื่อมีจำนวนเต็ม c ที่ทำให้ $a = bc$ 3) ถ้า $a \mid b$ และ $b \mid c$ แล้วจะได้ $a \mid c$ 4) ถ้า $a, b, c \in I$ โดยที่ $a \mid b$ และ $a \mid c$ แล้วจะได้ $a \mid (bx+cy)$ เมื่อ $x, y \in I$ เรียก $bx+cy$ ว่า “ผลรวมเชิงเส้น” ของ b และ c 5) ทฤษฎีบทหลักมูลทางเลขคณิต : จำนวนเต็มที่มากกว่า 1 สามารถเขียนได้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้เพียงชุดเดียวเท่านั้น เช่น $50 = 2 \times 5 \times 5$
ขั้นตอนวิธีการหาร
1) ตัวตั้ง = ตัวหาร x ผลหาร + เศษ โดยที่เศษเหลือเป็นจำนวนที่“ไม่เป็นลบ”และมีค่าน้อยกว่าค่าสัมบูรณ์ของตัวหาร
ตัวหารร่วมมาก
<ol style="list-style-type: none"> 1) ตัวหารร่วม: ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม เรียกจำนวนเต็ม c ที่สามารถหารทั้ง a และ b ลงตัวว่าเป็น ตัวหารร่วมของ a และ b เช่น 4 เป็นตัวหารร่วมของ 16 กับ 8 2) ตัวหารร่วมมาก : ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกันจำนวนเต็มบวก d ที่มีค่ามากที่สุดซึ่ง $d \mid a$ และ $d \mid b$ เรียก d เป็น ตัวหารร่วมมาก ของ a และ b 3) ห.ร.ม. = (a,b) ห.ร.ม. ใช้สัญลักษณ์เป็น วงเล็บเล็ก , ค.ร.น. = $[a,b]$ ค.ร.น. ใช้สัญลักษณ์เป็นวงเล็บใหญ่ 4) ถ้าเลขไม่เยอะให้หา ห.ร.ม. โดยการตั้งหารสั้น ถ้าเลขเยอะหาโดยวิธีของยุคลิด 5) ห.ร.ม. x ค.ร.น. = ผลคูณของเลข 2 จำนวนนั้น
จำนวนเฉพาะ
<ol style="list-style-type: none"> 1) จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนที่มีตัวประกอบ 2 ตัว คือ 1 และตัวมันเอง 2) จำนวนเฉพาะบวกเริ่มที่ 2 3) จำนวนเฉพาะมีทั้งจำนวนบวกและลบ
จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์
<ol style="list-style-type: none"> 1) จำนวนเต็มบวก 2 จำนวนเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กัน เมื่อ ห.ร.ม. ของเลขทั้งสองเป็น 1 2) จำนวนเต็มบวก 2 จำนวนที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กัน ไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนคี่ เช่น 8 กับ 15 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กัน เพราะ ห.ร.ม. ของเลขทั้งสองเป็น 1

บทที่ 4 ระบบสมการเชิงเส้นและเมตริกซ์

เมตริกซ์

1) ตัวอย่างเมตริกซ์



- 2) เมตริกซ์เท่ากัน เมื่อมิติเท่ากัน และ สมาชิกตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน
- 3) ทรานสโพสของเมตริกซ์ A คือ เมตริกซ์ที่เกิดจากการสลับแถวทุกแถว ไปเป็นหลัก สัญลักษณ์ A^t
- 4) เมตริกซ์ศูนย์ คือ เมตริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็น 0 หหมด เขียนแทนด้วย 0
- 5) เมตริกซ์จัตุรัส คือ เมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวและจำนวนหลักเท่ากัน เช่น มิติ 2x2, มิติ 3x3
- 6) เมตริกซ์เฉียง คือ เมตริกซ์ที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็นจำนวนจริงอะไรก็ได้ แต่สมาชิกตัวอื่นๆ เป็น 0
เช่น $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- 7) เมตริกซ์สมมาตร คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่ $a_{ij} = a_{ji}$ หรือ $A = A'$ แต่ถ้า $A = -A'$ เรียกว่า เมตริกซ์เสมือนสมมาตร
- 8) เมตริกซ์สเกลาร์ คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเท่ากันทุกตัว สมาชิกตัวอื่นๆ เป็น 0

การบวก และการลบของเมตริกซ์

- 1) เมตริกซ์จะบวก หรือ ลบกันได้ จะต้องมามีมิติเท่ากัน
- 2) ทำโดยการนำสมาชิกตำแหน่งเดียวกันมาบวก หรือ ลบกัน

การคูณของเมตริกซ์ มี 2 แบบ

- 1) คูณด้วยจำนวนจริง คือ ให้คูณจำนวนจริงเข้าไปที่สมาชิกทุกตัวของเมตริกซ์
- 2) เมตริกซ์ x เมตริกซ์
- 3) เมตริกซ์ A x เมตริกซ์ B ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ เมตริกซ์ B x เมตริกซ์ A ($AB \neq BA$)
- 4) อินเวอร์สของการคูณของเมตริกซ์ A

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

- 5) ถ้า $ad - bc = 0$ จะหา A^{-1} ไม่ได้ เรียกเมตริกซ์นี้ว่า **ซิงกูลาร์เมตริกซ์ (Singular matrix)** หรือ **เมตริกซ์เอกฐาน**
ถ้า $ad - bc \neq 0$ จะหา A^{-1} ได้ เรียกเมตริกซ์นี้ว่า **นอนซิงกูลาร์เมตริกซ์ (Non-singular matrix)** หรือ **เมตริกซ์ซึ่งมิใช่เอกฐาน**

ดีเทอร์มิแนนต์ (det)

1) วิธีหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ 2×2 A

จาก $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ จะได้ $\det A = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

ดูง่าย ๆ มาจาก $\det A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$
 คูณขึ้นติดลบ คูณลงเป็นบวก

2) วิธีการหาดีเทอร์มิแนนต์ ของเมตริกซ์ 3×3 ขึ้นไปให้ใช้วิธีดังนี้

ขั้นที่ 1 หาไมเนอร์ (Minor)

ขั้นที่ 2 หาโคแฟกเตอร์ (Cofactor)

ขั้นที่ 3 หาดีเทอร์มิแนนต์

3) วิธีลัดหา det ของเมตริกซ์ 3×3

ตัวอย่าง

$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

คูณขึ้นติดลบ คูณลงเป็นบวก แล้วเอาค่าที่ได้ทั้งหมดมาบวกกัน
ปล. เป็นวิธีเฉพาะของเมตริกซ์ 3×3 ถ้าเป็นเมตริกซ์ 4×4 ใช้วิธีนี้ไม่ได้ค่ะ

4) ถ้า A เป็นเมตริกซ์เอกฐาน (**Singular Matrix**) แล้ว $\det A = 0$

5) ถ้า A เป็นเมตริกซ์ซึ่งไม่เอกฐาน (**Non-singular Matrix**) แล้ว $\det A \neq 0$

อินเวอร์สการคูณของเมตริกซ์มิติมากกว่า 2×2

ขั้นที่ 1 หาไมเนอร์ของ A

ขั้นที่ 2 หาโคแฟกเตอร์ของ A

ขั้นที่ 3 หาเมตริกซ์ผกผัน (Ad-joint Matrix = adj A)

นิยาม เมตริกซ์ผกผันของ A = adj A = $C^t(A)$

ขั้นที่ 4 หา $\det A$

ขั้นที่ 5 หาอินเวอร์สของ A จากสูตร $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj}A$

บทที่ 5 ฟังก์ชัน

คู่อันดับ	
นิยาม คู่อันดับ $(a, b) = (c, d)$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$	
ผลคูณคาร์ทีเซียน	
นิยาม ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่ $a \in A$ และ $b \in B$	
สัญลักษณ์ $A \times B$ เช่น $A = \{1,2\}$, $B = \{3,4,5\}$ จะได้ $A \times B = \{(1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5)\}$	
<u>สมบัติที่สำคัญของผลคูณคาร์ทีเซียน</u>	
<ol style="list-style-type: none"> 1) ถ้า A มีสมาชิก m ตัว และ B มีสมาชิก n ตัว $\therefore A \times B$ มีสมาชิก mn ตัว 2) $A \times B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$ 3) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ 4) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ 5) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ 6) $A \times B \neq B \times A$ 	
ความสัมพันธ์	
นิยาม r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ $r \subset A \times B$ ถ้า $A \times B$ มีสมาชิก n ตัว เราสามารถสร้างความสัมพันธ์จาก A ไป B ได้ 2^n วิธี	
การหาโดเมน และการหาเรนจ์	
จากความสัมพันธ์ r	
<ul style="list-style-type: none"> - เรียก เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r ว่า โดเมน - เรียก เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r ว่า เรนจ์ 	
การหาโดเมน มีหลักการคิด ดังนี้ - จัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป y ในเทอม x - พิจารณาเทอมของ x ว่า ค่า x มีข้อยกเว้นใดหรือไม่โดยดูจาก <ol style="list-style-type: none"> 1. ถ้าเป็นรูปเศษส่วน \therefore ส่วนต้อง $\neq 0$ 2. ถ้าติดเครื่องหมายรากเลขคู่ \therefore ภายในเครื่องหมายรากต้อง ≥ 0 	การหาเรนจ์ มีหลักการคิด ดังนี้ - จัดรูปสมการ ให้อยู่ในรูป x ในเทอม y - พิจารณาเทอมของ y ว่า ค่า y มีข้อยกเว้นใดหรือไม่โดยดูจาก <ol style="list-style-type: none"> 1. ถ้าเป็นรูปเศษส่วน \therefore ส่วนต้อง $\neq 0$ 2. ถ้าติดเครื่องหมายรากเลขคู่ \therefore ภายในเครื่องหมายรากต้อง ≥ 0
ฟังก์ชัน	
นิยาม f จะเป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ f เป็นความสัมพันธ์ ซึ่งมีเงื่อนไขว่า ถ้า $(x, y_1) \in f$ และ $(x, y_2) \in f$ แล้ว $y_1 = y_2$	
สรุปง่ายๆ ว่า ถ้าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใด ๆ เหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องเหมือนกันด้วย	
วิธีตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันโดยใช้กราฟ คือ ถ้าลากเส้นตรงขนานแกน y แล้วตัดกราฟ 1 จุด แปลว่าเป็นฟังก์ชัน	

การแทนค่าฟังก์ชัน

1) ถ้าโจทย์กำหนด $f(x)$ มาให้ แล้วต้องการหา f ของตัวเลข หรือ กลุ่ม ให้แทนค่าที่ x ได้เลย

เช่น กำหนด $f(x) = 2x + 3$ ถ้าต้องการหา $f(2)$ จะได้ $f(2) = 2(2) + 3 = 7$

ถ้าต้องการหา $f(x+3)$ จะได้ $f(x+3) = 2(x+3) + 3 = 2x + 6 + 3 = 2x + 9$

2) ถ้าโจทย์กำหนด f ของกลุ่ม แล้วต้องการหา $f(x)$

เช่น กำหนด $f(x + 3) = 4x + 5$ ต้องการหา $f(x)$ วิธีทำ ให้ $x + 3 = a$ จะได้ $x = a - 3$ แล้วนำค่า x ที่ได้ไปแทน

จาก $f(x + 3) = 4x + 5$

จะได้ $f(a) = 4(a - 3) + 5$

$f(a) = 4a - 12 + 5 = 4a - 7$

ดังนั้น $f(x) = 4x - 7$

3) ถ้าโจทย์กำหนด f ของกลุ่ม แล้วต้องการหา f ของตัวเลข

เช่น กำหนด $f(x + 3) = 4x + 5$ ต้องการหา $f(5)$

ให้ $x + 3 = 5$ จะได้ $x = 5 - 3 = 2$ เอา 2 ไปแทนค่า

จาก $f(x + 3) = 4x + 5$

จะได้ $f(5) = 4(2) + 5 = 13$

4) ถ้าโจทย์กำหนด f ของกลุ่ม แล้วต้องการหา f ของกลุ่ม

เช่น กำหนด $f(x + 3) = 4x + 5$ ต้องการหา $f(x + 5)$ (ให้เปลี่ยนเป็นตัวแปรอื่นก่อน)

ให้ $x + 3 = a + 5$ จะได้ $x = a + 5 - 3 = a + 2$ เอา $a + 2$ ไปแทนค่า

จาก $f(x + 3) = 4x + 5$

จะได้ $f(a + 5) = 4(a + 2) + 5 = 4a + 8 + 5 = 4a + 13$

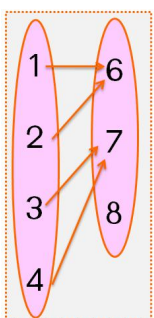
$f(x + 5) = 4x + 13$

ฟังก์ชันจาก A ไป B

1) สัญลักษณ์ $f: A \rightarrow B$

2) ฟังก์ชันจาก A ไป B : โดเมน f จะต้องเท่ากับ เซต A และ เรนจ์ f เป็นสับเซตของเซต B

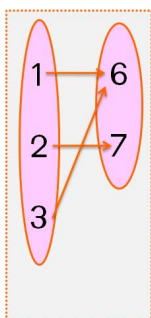
2) มี 4 แบบ ดังนี้



$f: A \xrightarrow{\text{inb}} B$

$D_f = A$
 $R_f \subset B$

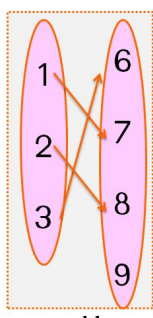
แบบธรรมดา



$f: A \xrightarrow{\text{onto}} B$

$D_f = A$
 $R_f = B$

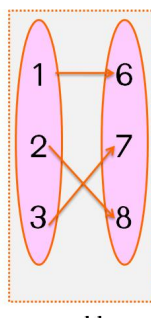
แบบทั่วถึง



$f: A \xrightarrow{\text{inb}} B$

$D_f = A$
 $R_f \subset B$

แบบ 1:1



$f: A \xrightarrow{\text{onto}} B$

$D_f = A$
 $R_f = B$

แบบ 1:1 และทั่วถึง

ฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

ฟังก์ชันเชิงเส้น รูปสมการทั่วไป คือ $Ax + By + C = 0$ หรือ $y = mx + c$

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ รูปสมการทั่วไป คือ $y = a|x - b| + c$

ฟังก์ชันขั้นบันได เป็นฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันคงที่เป็นช่วงๆ กราฟของฟังก์ชันมีรูปคล้ายขั้นบันได เช่น อัตราค่าไฟฟ้า

ฟังก์ชันกำลังสอง รูปสมการทั่วไป $y = ax^2 + bx + c$

ฟังก์ชันพหุนาม รูปสมการทั่วไป $y = a_1x_n + a_2x_{n-1} + a_3x_{n-2} + \dots$

เช่น $y = 2x^3 - 5x + 2$

ฟังก์ชันที่เป็นคาบ เป็นฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันคงตัว เช่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ฟังก์ชันคอมโพสิท(Composite Function)

ใช้ความรู้เรื่องการแทนค่าฟังก์ชัน

$f \circ g(x)$ หมายถึง $f(g(x))$

ตัวอย่าง ให้ $f(x) = 2x + 5$ และ $g(x) = 3x - 7$ จงหา $f \circ g(x)$

วิธีทำ $f \circ g(x) = f(g(x))$
 $= g(2x + 5)$

เพราะว่า $g(x) = 3x - 7$

จะได้ $g(2x + 5) = 3(2x + 5) - 7$

$= 6x + 15 - 7$

$= 6x + 8$

ดังนั้น $f \circ g(x) = 6x + 8$

ฟังก์ชันอินเวอร์ส (Inverse Function)

ใช้ความรู้เรื่องการแทนค่าฟังก์ชัน

1) เรียก f^{-1} ว่า อินเวอร์สของฟังก์ชัน f ซึ่งอินเวอร์สของฟังก์ชันไม่จำเป็นต้องเป็นฟังก์ชัน

2) ถ้า f^{-1} เป็นฟังก์ชันด้วย เรียก f^{-1} ว่า ฟังก์ชันอินเวอร์ส

3) $D_f = R_{f^{-1}}$ และ $R_f = D_{f^{-1}}$

4) ถ้า f เป็นฟังก์ชันแบบ 1 - 1 แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชันด้วย

5) ตัวอย่าง กำหนด $f(x) = 4x - 9$ จงหา $f^{-1}(3)$

$f(x) = y = 4x - 9$

ทำเป็นอินเวอร์สโดยการสลับที่ x กับ y จะได้ $x = 4y - 9$ แล้วจัดรูปใหม่ ให้อยู่ในรูป $y =$ เทอม x

จะได้ $y = \frac{x+9}{4}$ ซึ่ง y ตัวนี้ก็คือ $f^{-1}(x)$

ดังนั้น $f^{-1}(x) = \frac{x+9}{4}$

$f^{-1}(3) = \frac{3+9}{4} = 3$ ตอบ

พีชคณิตของฟังก์ชัน (Algebra of Function)

คือ การเอาฟังก์ชันมาบวกลบคูณหารกัน

$$1. f + g = \{(x, y) \mid y = f(x) + g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$$

$$2. f - g = \{(x, y) \mid y = f(x) - g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$$

$$3. f \cdot g = \{(x, y) \mid y = f(x) \cdot g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$$

$$4. \frac{f}{g} = \{(x, y) \mid y = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ และ } x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$$

เมื่อนำฟังก์ชันมาบวก ลบ และคูณ กัน ให้เอาโดเมนของแต่ละฟังก์ชันมาอินเตอร์เซคกัน

ยกเว้นการหาร นอกจากอินเตอร์เซคแล้ว ต้องระวังไม่ให้ตัวหารเป็นศูนย์ด้วย ส่วนใหญ่โจทย์จะถามโดเมน

บทที่ 6 เรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย

เรขาคณิตวิเคราะห์

1) กำหนดจุด $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ และ $C(x_3, y_3)$

- ระยะระหว่างจุดสองจุด AB คือ $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

- จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด คือ $(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

- จุดแบ่งภายในอัตราส่วน $m:n$ คือ $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$

- จุดตัดของเส้นมัธยฐาน คือ $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$

- พื้นที่รูป n เหลี่ยม คือ $\frac{1}{2} \times \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n & y_1 \end{vmatrix}$

- ความชันของเส้นตรง คือ $m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \tan \theta$

2) สมการเส้นตรง

- รูปทั่วไปของสมการเส้นตรง คือ $Ax + By + C = 0$ จะได้ $m = -\frac{A}{B}$
- จัดรูปสมการเป็น $y = mx + c$ จะได้ ความชัน = m และจุดตัดแกน y ที่ $(0, c)$
- สูตรสร้างสมการเส้นตรง $y - y_1 = m(x - x_1)$
- สูตรสร้างสมการเมื่อรู้จุดตัดแกน x และ y คือ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

3) เส้นตรงที่ตั้งฉากกัน ความชันจะคูณกันได้เท่ากับ -1 ($m_1 \times m_2 = -1$)

4) เส้นตรงที่ขนานกันจะมีความชันเท่ากัน ($m_1 = m_2$)

5) ให้ $P(x_1, y_1)$ เป็นจุดใดๆ ที่อยู่นอกเส้นตรง L และ L มีสมการเป็น $Ax + By + C = 0$

สูตร ระยะระหว่างจุดกับเส้นตรง คือ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

6) ให้ L_1 มีสมการเป็น $Ax + By + C_1 = 0$

L_2 มีสมการเป็น $Ax + By + C_2 = 0$

ซึ่ง L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ขนานกัน

สูตร ระยะระหว่างเส้นขนาน คือ $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

ภาคตัดกรวย

1) การเลื่อนแกน

$$x = x' + h \quad \text{หรือ} \quad x' = x - h$$

$$y = y' + k \quad \text{หรือ} \quad y' = y - k$$

2) วงกลม

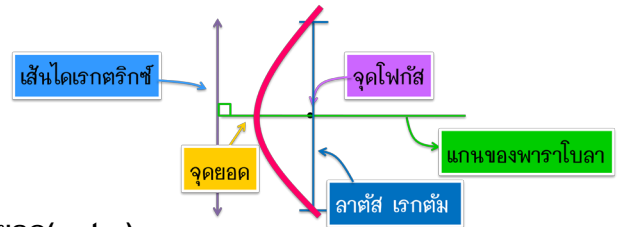
จะสร้างสมการวงกลมต้องรู้จุดศูนย์กลาง และ รัศมี

สมการวงกลม

- จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ $x^2 + y^2 = r^2$
- จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
- รูปสมการทั่วไปของวงกลม $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

3) พาราโบลา

- เส้นตรงคงที่ เรียกว่า เส้นไดเรกทริกซ์ (Directrix)
- จุดคงที่ เรียกว่า จุดโฟกัส (Focus)
- เส้นตรงที่ผ่านจุดโฟกัสและตั้งฉากกับเส้นไดเรกทริกซ์ เรียกว่า แกนของพาราโบลา
- จุดที่กราฟของพาราโบลาตัดกับแกนของพาราโบลา เรียกว่า จุดยอด(vertex)
- ความกว้างของพาราโบลาที่จุดโฟกัส เรียก ลาดัส เรกตัม $= |4c|$



พาราโบลามี 4 แบบ 1) หงาย 2) คว่ำ 3) ตะแคงขวา 4) ตะแคงซ้าย

สมการพาราโบลาหงาย-คว่ำ

- ถ้าจุดยอด คือ $(0, 0)$ สมการ คือ $x^2 = 4cy$
- ถ้าจุดยอด คือ (h, k) สมการ คือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

เมื่อ c คือ ระยะห่างจากจุดยอดถึงจุดโฟกัส (พาราโบลาหงายค่า c เป็นบวก พาราโบลาคคว่ำค่า c เป็นลบ)

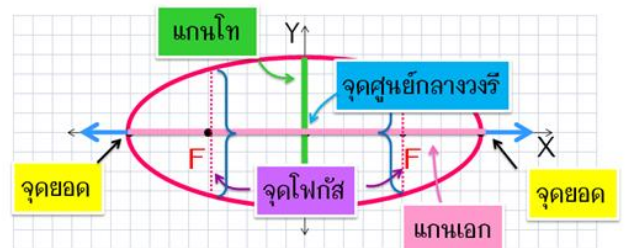
สมการพาราโบลาระตะแคงขวา-ซ้าย

- ถ้าจุดยอด คือ $(0, 0)$ สมการ คือ $y^2 = 4cx$
- ถ้าจุดยอด คือ (h, k) สมการ คือ $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

เมื่อ c คือ ระยะห่างจากจุดยอดถึงจุดโฟกัส (พาราโบลาระตะแคงขวาค่า c เป็นบวก พาราโบลาระตะแคงซ้ายค่า c เป็นลบ)

4) วงรี

- เรียก จุดคงที่ ว่า จุดโฟกัส ดังนั้น จุดโฟกัสมี 2 จุด
- เรียก จุดกึ่งกลางระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง ว่า จุดศก.วงรี
- เรียก จุดตัดของเส้นตรงที่ลากผ่านโฟกัสทั้งสองกับวงรี ว่า จุดยอดของวงรี
- เรียก ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดยอดของวงรี ว่า แกนเอก
- เรียก ส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกนเอกที่จุดศูนย์กลางของวงรี และมีจุดปลายอยู่บนวงรี ว่า แกนโท
- เรียก ความกว้างของวงรี ที่จุดโฟกัสว่า ลาดัส เรกตัม



วงรี มี 2 แบบ วงรีตามแกน X(แกนเอกขนานแกน X) และ วงรีตามแกน Y(แกนเอกขนานแกน Y)

สมการวงรีตามแกน X

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0 , 0) สมการ คือ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h , k) สมการ คือ $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

สมการวงรีตามแกน Y

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0 , 0) สมการ คือ $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h , k) สมการ คือ $\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

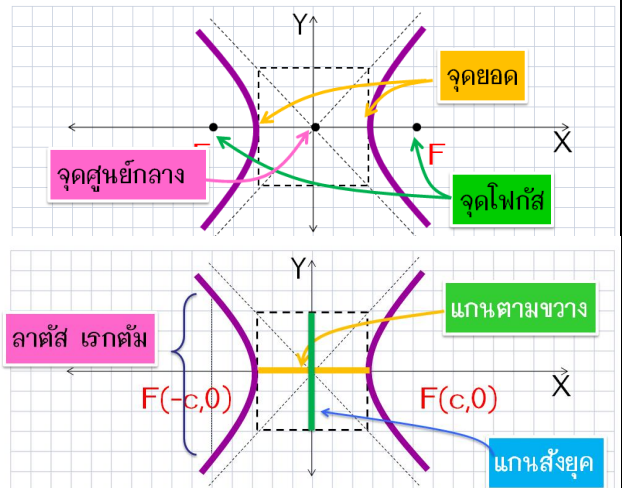
ในวงรีมีความสัมพันธ์ระหว่างค่า a,b,c คือ $a^2 = b^2 + c^2$

แกนเอก = ผลบวกคงที่ = 2a / แกนโท = 2b / ระยะระหว่างโฟกัส = 2c / ลาดัสเรกตัม = $\frac{2b^2}{a}$

ในวงรีแกนเอกเป็นแกนที่ยาวที่สุด

5) ไฮเพอร์โบลา

- เรียก จุดคงที่ 2 จุดนั้น ว่า **จุดโฟกัส**
- เรียก จุดกึ่งกลางระหว่างโฟกัสทั้งสอง ว่า **จุดศก.ไฮเพอร์โบลา**
- เรียก จุดตัดของเส้นที่ลากผ่านโฟกัสทั้งสอง กับ ไฮเพอร์โบล่าว่า **จุดยอดของไฮเพอร์โบลา**
- เรียก ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดยอด ว่า **แกนตามขวาง**
- เรียก ส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกนตามขวางที่จุดศูนย์กลาง **แกนสังยุค**
- เรียก ความกว้างของไฮเพอร์โบล่าที่จุดโฟกัส ว่า **ลาดัส เรกตัม**
- เรียก เส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง L_1 และ L_2 ว่า **เส้นกำกับ**



ไฮเพอร์โบลามี 3 แบบ สมการของไฮเพอร์ชตามแกน X , สมการของไฮเพอร์ชตามแกน Y และไฮเพอร์ชนิดแกนมุมฉาก สมการของไฮเพอร์ชตามแกน X(แกนตามขวางขนานแกน X)

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0 , 0) สมการ คือ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h , k) สมการ คือ $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

สมการของไฮเพอร์ชตามแกน Y(แกนตามขวางขนานแกน Y)

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0 , 0) สมการ คือ $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h , k) สมการ คือ $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

ในไฮเพอร์โบลามีความสัมพันธ์ระหว่างค่า a,b,c คือ $c^2 = a^2 + b^2$

แกนตามขวาง = ผลต่างคงที่ = 2a / แกนสังยุค = 2b / ระยะระหว่างโฟกัส = 2c / ลาดัสเรกตัม = $\frac{2b^2}{a}$

สมการของไฮเพอร์บolic ชนิดแกนมุมฉาก

สมการ คือ $xy = k$

ถ้า $k > 0$ กราฟอยู่ในควอดรันท์ที่ 1 กับ 3

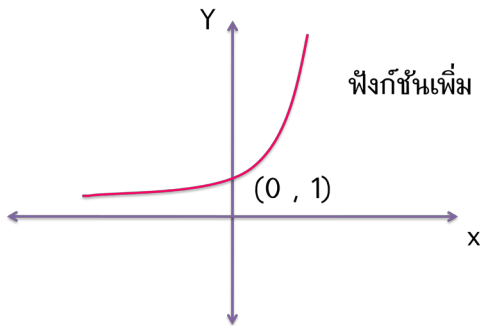
ถ้า $k < 0$ กราฟอยู่ในควอดรันท์ที่ 2 กับ 4

บทที่ 7 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

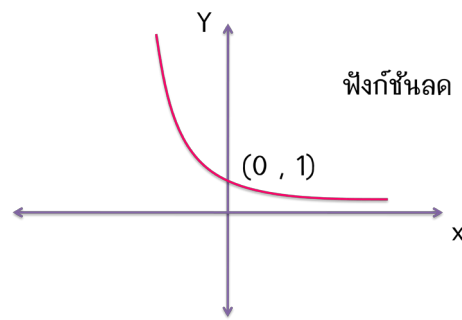
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

1) กราฟของสมการเอกซ์โพเนนเชียล ($y = a^x$) มี 2 กรณี

กรณีที่ 1 ถ้า $a > 1$



กรณีที่ 2 ถ้า $0 < a < 1$



ข้อสรุปจากกราฟเอกซ์โพเนนเชียล

1. กราฟจะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ และไม่ตัดแกน x
กรณี $a > 1$ จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม
กรณี $0 < a < 1$ จะเป็นฟังก์ชันลด
2. โดเมนของฟังก์ชันเป็นจำนวนจริง (\mathbb{R})
3. เรนจ์เป็นจำนวนจริงบวก (\mathbb{R}^+)

การแก้ “สมการ” และ “อสมการ” เอกซ์โพเนนเชียล

1) การแก้สมการจะใช้หลักการของเลขยกกำลัง

- ถ้าฐานเท่ากันแล้ว เลขชี้กำลังจะต้องเท่ากันด้วย
- ถ้าเลขชี้กำลังเท่ากัน ฐานต้องเท่ากันแต่ถ้าฐานไม่เท่า แสดงว่าเลขชี้กำลังเป็นศูนย์

2) การแก้สมการจะใช้เรื่อง ฟังก์ชันเพิ่ม และฟังก์ชันลด

จากสมการ $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะได้

- ถ้า $a > 1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
- ถ้า $0 < a < 1$ เป็นฟังก์ชันลด

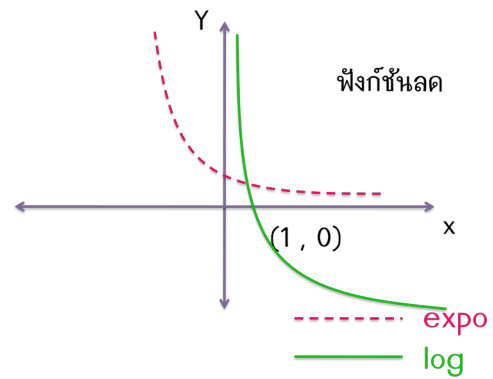
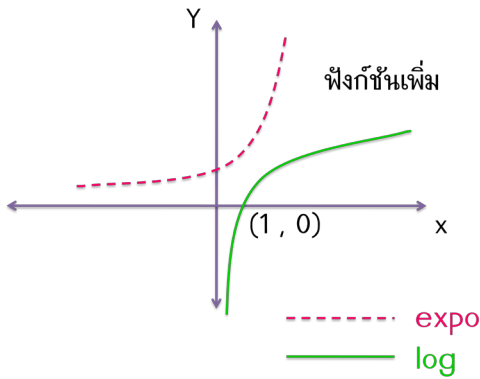
ฟังก์ชันลอการิทึม

1) ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

2) รูปสมการ $y = \log_a x$ มี 2 กรณี

กรณีที่ 1 ถ้า $a > 1$

กรณีที่ 2 ถ้า $0 < a < 1$



ข้อสรุปจากกราฟลอการิทึม

1. กราฟจะผ่านจุด (1, 0) เสมอ และไม่ตัดแกน y

กรณี $a > 1$ จะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม

กรณี $0 < a < 1$ จะเป็นฟังก์ชันลด

2. โดเมนของฟังก์ชันเป็นจำนวนจริงบวก (\mathbb{R}^+)

สูตรเกี่ยวกับลอการิทึม

$$1. \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$2. \log\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$3. \log_a a = 1$$

$$4. \log_a 1 = 0$$

$$5. \log_a M^p = p \log_a M$$

$$6. \log_N\left(\frac{1}{M}\right) = \log_{\frac{1}{N}} M = -\log_N M \quad 7. \log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N} = \frac{1}{\log_M N}$$

$$8. \log_{a^q} M^p = \frac{p}{q} \log_a M$$

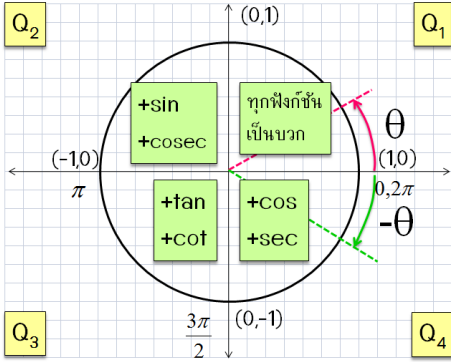
$$9. a^{\log_a M} = M$$

การแก้สมการและอสมการลอการิทึม
<p>1) แก้สมการลอการิทึมด้วยการนำสูตรเกี่ยวกับลอการิทึมมาใช้ โดยที่คำตอบที่ได้ต้องตรวจคำตอบทุกครั้ง</p> <p>2) แก้สมการลอการิทึม ต้องคำนึงถึงฟังก์ชันเพิ่ม-ลด ด้วยทุกครั้ง</p> <p>3) $\log 5 = 1 - \log 2$</p>
ลอการิทึมสามัญ
<p>1) ลอการิทึมสามัญ หมายถึง ลอการิทึมที่มีฐานเป็น 10 ซึ่งโดยทั่วไปจะไม่ใส่เลขฐานไว้ เช่น $\log 2$, $\log 3$</p>
ลอการิทึมธรรมชาติ
<p>1) ลอการิทึมธรรมชาติ หรือ ลอการิทึมแบบเนเปียร์ คือ \log ที่มีฐานเป็น e เมื่อ e เป็นจำนวนอตรรกยะ มีค่าประมาณ 2.7182818 สัญลักษณ์ คือ \ln</p>

บทที่ 8 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

วงกลมหนึ่งหน่วย

- 1) $x = \cos\theta, y = \sin\theta$
- 2) $\theta > 0$ เมื่อ วัดระยะในทิศทวนเข็มนาฬิกา, $\theta < 0$ เมื่อ วัดระยะในทิศตามเข็มนาฬิกา
- 3) เครื่องหมายของแต่ละฟังก์ชันตรีโกณฯ ขึ้นอยู่กับควอดรนต์ด้วย



สูตรพื้นฐาน 8 สูตร

- | | |
|---|--|
| 1. $\sin A \operatorname{cosec} A = 1$ | 5. $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$ |
| 2. $\cos A \sec A = 1$ | 6. $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$ |
| 3. $\tan A \cot A = 1$ | 7. $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ |
| 4. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ (สำคัญมาก) | 8. $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$ |

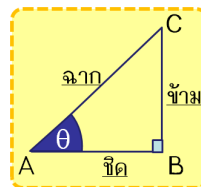
การเปลี่ยนฟังก์ชันตรีโกณมิติให้อยู่ในควอดรนต์ที่ 1

- 1) เมื่อยึดแกน X เป็นหลัก ฟังก์ชันจะอยู่รูป $\pi \pm \theta, 2\pi \pm \theta, -\theta$
เมื่อเปลี่ยนฟังก์ชันใด จะได้ฟังก์ชันนั้นแล้วให้คิดเครื่องหมายตามฟังก์ชันเดิม
- 2) เมื่อยึดแกน Y เป็นหลัก ฟังก์ชันจะอยู่รูป $\frac{\pi}{2} \pm \theta, \frac{3\pi}{2} \pm \theta$
เมื่อเปลี่ยนฟังก์ชันใด จะได้โคฟังก์ชัน ของฟังก์ชันนั้น
แล้วให้คิดเครื่องหมายตามฟังก์ชันเดิม

โคฟังก์ชัน คือ $\sin \leftrightarrow \operatorname{cosec}$
 $\cos \leftrightarrow \sec$
 $\tan \leftrightarrow \cot$
 $\sec \leftrightarrow \operatorname{cosec}$

ฟังก์ชันตรีโกณมิติในสามเหลี่ยมมุมฉาก

- | | |
|---|--|
| 1) $\sin A = \frac{\text{ข้ามฉาก}}{\text{ฉาก}}$ | 4) $\operatorname{cosec} A = \frac{\text{ฉากข้าม}}{\text{ข้าม}}$ |
| 2) $\cos A = \frac{\text{ชิดฉาก}}{\text{ฉาก}}$ | 5) $\sec A = \frac{\text{ฉากชิด}}{\text{ชิด}}$ |
| 3) $\tan A = \frac{\text{ข้ามชิด}}{\text{ชิด}}$ | 6) $\cot A = \frac{\text{ฉากข้าม}}{\text{ข้าม}}$ |



ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมผลบวก หรือ ผลต่าง

1. $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$	6. $\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$
2. $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$	7. $\cot(A+B) = \frac{\cot B \cot A - 1}{\cot B + \cot A}$
3. $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$	8. $\cot(A-B) = \frac{\cot B \cot A + 1}{\cot B - \cot A}$
4. $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$	
5. $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$	

การเปลี่ยนฟังก์ชัน ผลคูณเป็นผลบวก หรือ ผลต่าง

- 1) $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
- 2) $2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
- 3) $2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
- 4) $-2 \sin A \sin B = \cos(A+B) - \cos(A-B)$ หรือ $2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

การเปลี่ยนฟังก์ชัน ผลบวก ผลต่าง เป็นผลคูณ

1) $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$	3) $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$
2) $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$	4) $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

สูตรมุม 2 เท่า, มุม 3 เท่า และมุมครึ่งเท่า

สูตรมุม 2 เท่า

1) $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ $= \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$	3) $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$
2) $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$ $= 2 \cos^2 A - 1$ $= 1 - 2 \sin^2 A$ $= \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$	4) $\cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2 \cot A}$

สูตรมุม 3 เท่า

- 1) $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$
- 2) $\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$
- 3) $\tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$

มุมครึ่งเท่า

- 1) $\sin \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$
- 2) $\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}$
- 3) $\tan \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}}$

อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

- อินเวอร์สของฟังก์ชัน จะเป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ ฟังก์ชันนั้นเป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
- ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ไม่ใช่ฟังก์ชัน 1-1 ดังนั้นอินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติ จึงไม่เป็นฟังก์ชัน
- ถ้าต้องการให้อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นฟังก์ชัน ต้องกำหนดโดเมนของฟังก์ชันตรีโกณฯ ให้ลดลง เพื่อให้ได้เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 โดยที่เรนจ์ของฟังก์ชันยังคงเดิม
- การกำหนดโดเมนของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เพื่อทำให้เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 นั้น จะกำหนดช่วงใดก็ได้ แต่นิยมช่วง $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ศูนย์

กฎของไซน์และโคซายน์

1) กฎของไซน์

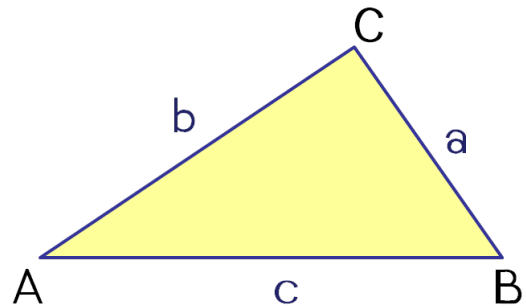
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

2) กฎของโคซายน์

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



3) พื้นที่สามเหลี่ยม ABC

$$= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$$

4) สูตร ฮีโร (เอาไว้หาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อรู้ ความยาวด้านทั้ง 3 ด้าน)

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{เมื่อ} \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60°

รูป	มุม	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$	$\cot \theta$	$\sec \theta$	$\operatorname{cosec} \theta$
	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

บทที่ 9 เวกเตอร์ในสามมิติ

ระบบพิกัดฉาก	
1) แบบ 2 มิติ	มี 2 แกน คือ แกน x และ แกน y คู่อันดับ คือ (x,y)
2) แบบ 3 มิติ	มี 3 แกน คือ แกน x แกน y และ แกน z คู่อันดับ คือ (x,y,z)
การหาระยะทางระหว่าง 2 จุด	
1) แบบ 2 มิติ	ให้จุด P(x ₁ , y ₁) และ Q(x ₂ , y ₂) จะได้ $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
2) แบบ 3 มิติ	ให้จุด P(x ₁ , y ₁ , z ₁) และ Q(x ₂ , y ₂ , z ₂) จะได้ $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
ทฤษฎีบทของเวกเตอร์	
<p><u>ทฤษฎีบทที่ 1</u></p> <p>ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$ และ $\vec{v} \neq \vec{0}$ จะได้ว่า \vec{u} และ \vec{v} ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ $\vec{u} = a\vec{v}$ เมื่อ $a \neq 0$</p> <p>ผลที่ได้ ถ้า $a > 0$ จะได้ \vec{u} และ \vec{v} มีทิศทางเดียวกัน</p> <p>ถ้า $a < 0$ จะได้ \vec{u} และ \vec{v} มีทิศทางตรงข้ามกัน</p> <p><u>ทฤษฎีบทที่ 2</u></p> <p>ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ และรู้ว่า \vec{u} กับ \vec{v} ไม่ขนานกันแล้ว</p> <p>ถ้า $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{0}$ แล้ว จะได้ $a = 0$ และ $b = 0$</p>	
เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก	
1) เวกเตอร์ 2 มิติ	
นิยาม ถ้า \vec{AB} มีจุดเริ่มต้นที่จุด A(x ₁ , y ₁) และจุดสิ้นสุดที่ B(x ₂ , y ₂) แล้วจะได้ $\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$	
2) เวกเตอร์ 3 มิติ	
นิยาม ถ้า \vec{AB} มีจุดเริ่มต้นที่จุด A(x ₁ , y ₁ , z ₁) และจุดสิ้นสุดที่ B(x ₂ , y ₂ , z ₂) แล้วจะได้ $\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$	
ขนาดของเวกเตอร์ใน 2 มิติ และ 3 มิติ	
1) ขนาดของเวกเตอร์ 2 มิติ	
ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ แล้ว $ \vec{u} = \sqrt{a^2 + b^2}$	
ถ้า $\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$ แล้ว $ \vec{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	
2) ขนาดของเวกเตอร์ 3 มิติ	
ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ แล้ว $ \vec{u} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	
ถ้า $\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$ แล้ว $ \vec{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$	

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยใน 2 มิติ และ 3 มิติ

1) เวกเตอร์หนึ่งหน่วยใน 2 มิติ

$$\text{ถ้า } \vec{u} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \text{ เป็นเวกเตอร์ใดๆ เวกเตอร์ 1 หน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ } \vec{u} \text{ คือ } \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

2) เวกเตอร์หนึ่งหน่วยใน 3 มิติ

$$\text{ถ้า } \vec{u} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \text{ เป็นเวกเตอร์ใด เวกเตอร์ 1 หน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ } \vec{u} \text{ คือ } \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

3) ถ้า \vec{u}, \vec{v} เป็นเวกเตอร์ใดๆ จะได้เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ \vec{u} แต่มีขนาดเท่ากับ \vec{v} คือ $\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} \cdot |\vec{v}|$

ผลคูณเชิงสเกลาร์

1) ผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์ 2 มิติ

ถ้า $\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ และ $\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$ แล้วผลคูณเชิงสเกลาร์ของ \vec{u} และ \vec{v} เขียนแทนด้วย $\vec{u} \cdot \vec{v}$ โดยที่

$$1) \vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2$$

$$2) \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta \text{ เมื่อ } \theta \text{ คือ มุมระหว่าง } \vec{u} \text{ และ } \vec{v}$$

2) ผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์ 3 มิติ

ให้ $\vec{u} = [a_1, b_1, c_1]$ และ $\vec{v} = [a_2, b_2, c_2]$ ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ \vec{u} และ \vec{v} เขียนแทนด้วย $\vec{u} \cdot \vec{v}$ โดยที่

$$1) \vec{u} \cdot \vec{v} = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2$$

$$2) \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta \text{ เมื่อ } \theta \text{ คือ มุมระหว่าง } \vec{u} \text{ และ } \vec{v}$$

$$3) (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = |\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \\ = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta + |\vec{v}|^2$$

$$4) (\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = |\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \\ = |\vec{u}|^2 - 2|\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta + |\vec{v}|^2$$

ผลคูณเชิงเวกเตอร์

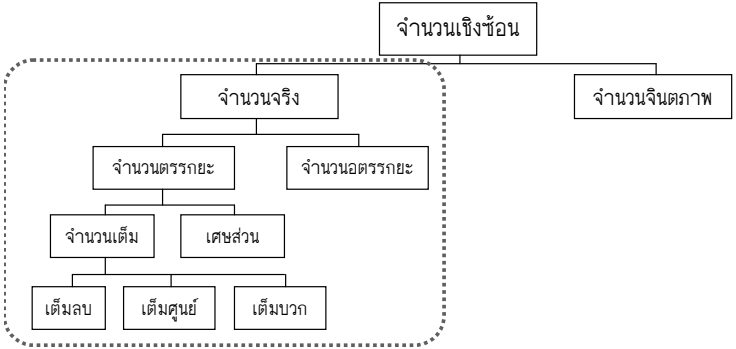
1) ให้ $\vec{u} = [a_1, b_1, c_1]$ และ $\vec{v} = [a_2, b_2, c_2]$ ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของ \vec{u} กับ \vec{v} เขียนแทนด้วย $\vec{u} \times \vec{v}$

$$\text{โดยที่ } \vec{u} \times \vec{v} = [b_1c_2 - b_2c_1, c_1a_2 - c_2a_1, a_1b_2 - a_2b_1]$$

$$\text{และจะได้ } \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \vec{k}$$

2) $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin \theta =$ พื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี \vec{u} กับ \vec{v} เป็นด้านประชิด

บทที่ 10 จำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อน	
<p>1) โครงสร้างจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>2) สัญลักษณ์ $Z = a + bi$ หรือจะเขียนเป็นคู่อันดับก็ได้ $Z = (a, b)$ โดยที่ a เรียกว่าส่วนจริง b เรียกว่า ส่วนจินตภาพ</p> <p>3) $i^2 = -1$</p>	
การเท่ากัน การบวก และการคูณจำนวนเชิงซ้อน	
<p>1) จำนวนเชิงซ้อนเท่ากัน แสดงว่า ส่วนจริงเท่ากับส่วนจริง ส่วนจินตภาพเท่าส่วนจินตภาพ เช่น $(a, b) = (2, 3)$ จะได้ $a = 2, b = 3$ หรือเขียนให้อยู่ในรูป $a + bi = 2 + 3i$ ก็ได้</p> <p>1) การบวก ให้นำส่วนจริงมาบวกส่วนจริง ส่วนจินตภาพบวกส่วนจินตภาพ เช่น $(5 + 3i) + (7 - 2i) = (5 + 7) + (3i - 2i) = 12 + i$</p> <p>2) การคูณ เหมือน การคูณ 2 วงเล็บ ถ้าเจอ i^2 ให้แทนค่าเป็น -1</p>	
เอกลักษณ์และอินเวอร์สของจำนวนเชิงซ้อน	
เอกลักษณ์การบวก	เอกลักษณ์การบวก คือ $(0, 0)$ หรือ $0 + 0i$
อินเวอร์สการบวก	อินเวอร์สการบวกของ (a, b) คือ $(-a, -b)$ หรือ $-a - bi$
เอกลักษณ์การคูณ	เอกลักษณ์การคูณ คือ $(1, 0)$ หรือ $1 + 0i$
อินเวอร์สการคูณ	อินเวอร์สการคูณของ (a, b) คือ $\frac{1}{a+bi} = \left(\frac{a}{a^2+b^2}, -\frac{b}{a^2+b^2} \right)$
การลบ การหารจำนวนเชิงซ้อน และสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน	
<p>1) การลบ นำส่วนจริงมาลบส่วนจริง ส่วนจินตภาพลบส่วนจินตภาพ</p> <p>2) การหาร เขียนเป็นเศษส่วนแล้วจัดรูปด้วยการคูณด้วยสังยุคของตัวหาร ทั้งเศษและส่วน</p> <p>3) สังยุคของจำนวนเชิงซ้อน Z แทนด้วยสัญลักษณ์ \bar{Z} สังยุคของ $Z = a + bi$ คือ $\bar{Z} = \overline{a + bi} = a - bi$</p> <p>สมบัติที่สำคัญของสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน ให้ Z_1, Z_2 และ Z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้</p>	
<p>1. $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}$</p> <p>3. $\overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}$</p> <p>5. $\overline{Z^{-1}} = (\bar{Z})^{-1}$</p> <p>7. $Z \cdot \bar{Z}$ เป็นจำนวนจริง</p>	<p>2. $\overline{Z_1 - Z_2} = \overline{Z_1} - \overline{Z_2}$</p> <p>4. $\overline{\left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)} = \frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}}$</p> <p>6. $\overline{\bar{Z}} = Z$</p>

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $a + bi$ เขียนแทนด้วย $|a + bi|$ โดยที่ $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

สมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

ให้ Z_1, Z_2 และ Z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้

$$1. |z|^2 = z \cdot \bar{z}$$

$$2. |z| = |-z| = |\bar{z}|$$

$$3. |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$4. \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

$$5. |z^{-1}| = |z|^{-1}$$

$$6. |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

$$7. |z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$$

$$8. |z^n| = |z|^n$$

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

$$1) Z = a + bi = r \cos \theta + (r \sin \theta) i = r(\cos \theta + i \sin \theta) = r \operatorname{cis} \theta$$

r แทนค่าสัมบูรณ์ของ Z \therefore จะได้ $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ และ $\tan \theta = \frac{b}{a}$

การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

$$\text{ให้ } Z_1 = r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$$

$$\text{และ } Z_2 = r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

การคูณ $Z_1 \cdot Z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$

การหาร $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$

การยกกำลัง $Z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$

การถอดรากที่ n $Z^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \right]$ เมื่อ $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, (n-1)$

สูตรลัด การหารากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน

$$\text{รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน } a + bi \text{ คือ } \pm \left(\sqrt{\frac{r+a}{2}} + \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right)$$

$$\text{รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน } a - bi \text{ คือ } \pm \left(\sqrt{\frac{r+a}{2}} - \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right)$$

เมื่อ $r = |Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

สมการพหุนาม

กรณีที่ 1 ถ้ารูปสมการ คือ $ax^2 + bx + c = 0$

แก้สมการโดย 1) อาศัยการแยกตัวประกอบ

$$2) x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

กรณีที่ 2 สมการพหุนามมากกว่ากำลังสอง

แก้สมการโดย

1) อาศัยทฤษฎีบทเศษเหลือ

2) อาศัยวิธีการหารสังเคราะห์

3) อาศัยวิธีการแยกตัวประกอบ

ถ้า $a + bi$ เป็นคำตอบหนึ่งของสมการแล้ว $a - bi$ ก็จะเป็นคำตอบของสมการด้วย

ถ้า $c + \sqrt{d}$ เป็นคำตอบหนึ่งของสมการแล้ว $c - \sqrt{d}$ ก็จะเป็นคำตอบของสมการด้วย

บทที่ 11 ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ส่วนประกอบของกราฟ

- 1) จุดยอด แทนด้วย $V(G)$
- 2) เส้นเชื่อม แทนด้วย $E(G)$ เส้นเชื่อมมีทั้งเส้นตรง เส้นโค้ง
- 3) ลักษณะของเส้นเชื่อม



เส้นเชื่อมขนาน



วงวน

- 4) ประเภทของกราฟ ได้แก่ กราฟระบุทิศทาง และ กราฟไม่ระบุทิศทาง
- 5) กราฟที่ไม่มีเส้นเชื่อมขนานและไม่มีวงวน เรียก กราฟเชิงเดียว
ถ้ากราฟมีเส้นเชื่อมขนานหรือมีวงวนเรียก กราฟหลายเชิง
- 6) กราฟที่มี $V(G) = V(H)$ และ $E(G) = E(H)$ ถือว่าเป็นกราฟเดียวกัน
- 7) จุดยอด 2 จุดใดๆ เป็น จุดยอดประชิด ก็ต่อเมื่อมีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง
- 8) ดีกรี (degree) ของจุดยอด v ในกราฟ คือ จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด v สัญลักษณ์ $\deg v$

ทฤษฎีบท

- 1) ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ เท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ
- 2) จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่
จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่
- 3) ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่
- 4) วงจร คือ แนวเดินที่เส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกันโดยมีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดยอดเดียวกัน
- 5) วงจรที่ผ่านจุดยอดทุกจุด และผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ เรียกว่า วงจรฮามิลตัน
- 6) กราฟที่มีวงจรฮามิลตัน เรียกว่า กราฟฮามิลตัน
- 7) กราฟเชื่อมโยง G จะเป็นกราฟฮามิลตัน ก็ต่อเมื่อจุดยอดทุกจุดของ G เป็นจุดยอดคู่
- 8) วิถี คือ แนวเดินในกราฟที่จุดยอดทั้งหมดแตกต่างกัน
- 9) วัฏจักร คือ วงจรที่ไม่มีจุดยอดซ้ำกัน ยกเว้นจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย
- 10) ต้นไม้ คือ กราฟเชื่อมโยงที่ไม่มีวัฏจักร

บทที่ 12 ความน่าจะเป็น

กฎการนับ

กฎข้อ 1

ในการทำงาน 2 อย่าง โดยที่งานอย่างแรกสามารถทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีของงานอย่างแรก สามารถทำงานอย่างที่สองได้อีก n_2 วิธี

$$\therefore \text{จำนวนวิธีการทำงานทั้ง 2 อย่าง} = n_1 \cdot n_2 \text{ วิธี}$$

กฎข้อ 2

ในการทำงาน k อย่าง ถ้างานอย่างแรก มีวิธีทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธี ของงานอย่างแรก สามารถทำงานที่ 2 ได้อีก n_2 วิธีและในแต่ละวิธีของงานอย่างแรกและงานอย่างที 2 สามารถทำงานอย่างที 3 ได้อีก n_3 วิธี เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

$$\therefore \text{จำนวนวิธีการทำงานทั้ง } k \text{ อย่าง} = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k \text{ วิธี}$$

แฟกทอเรียล n

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

เช่น $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)

- 1) วิธีเรียงสับเปลี่ยน ถ้าแบ่งตามลักษณะของสิ่งของ แบ่งได้ 2 ชนิด คือ ของต่างกันทั้งหมด , มีของซ้ำ
- 2) วิธีเรียงสับเปลี่ยน ถ้าแบ่งตามลักษณะการจัดเรียง แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แนวตรง , วงกลม
- 3) วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง

- มีสิ่งของแตกต่างกัน n สิ่ง นำมาจัดเรียงสับเปลี่ยนทีละ r สิ่ง ($r \leq n$)

$$\therefore \text{จะจัดเรียงได้} = P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ วิธี}$$

- มีสิ่งของแตกต่างกัน n สิ่ง นำมาจัดเรียงสับเปลี่ยนทีละ n สิ่ง

$$\therefore \text{จะจัดเรียงได้} = P_{n,r} = n! \text{ วิธี}$$

- 4) การทำโจทย์ประเภทที่สิ่งของต้องอยู่ติดกัน

ขั้นที่ 1 นำของที่ต้องอยู่ติดกัน มัดเป็น 1 มัด และถือเป็นสิ่งของ 1 สิ่ง

ขั้นที่ 2 นำมัดในข้อ 1 ไปเรียงสับเปลี่ยนกับสิ่งของที่เหลือ

ขั้นที่ 3 ของที่มัดติดกัน สามารถสลับที่ภายในได้อีก

ขั้นที่ 4 นำผลที่ได้ในขั้นที่ 2 และ 3 มาคูณกัน

5) การทำโจทย์ประเภทที่สิ่งของที่ต้องอยู่แยกกัน

ให้แบ่งสิ่งของเป็น 2 ชุด สมมติชุดแรกมี a สิ่ง ชุดที่ 2 มี b สิ่งซึ่งกำหนดว่าชุดที่ 2 นี้ต้องอยู่แยกกัน

ขั้นที่ 1 นำของชุดแรก (เรียกตัวคั่น) ไปเรียงสับเปลี่ยนก่อนได้ a! วิธี

ขั้นที่ 2 นำของชุดที่สอง (เรียกตัวแทรก) ไปแทรกระหว่างของชุดแรก ซึ่งจะมีช่องให้แทรกได้ a + 1 ที่

6) การทำโจทย์เกี่ยวกับการเรียงสลับที่

มีของหลายชนิด ชนิดละ n สิ่งแตกต่างกันนำมาเรียงสลับที่กันเป็นแนวตรง

โดยสลับแบบ 1 : 1 หรือ 2 : 2 หรือ 3 : 3 หรือ ... r : r (ซึ่ง r หาร n ลงตัว) จะได้จำนวนวิธีเท่ากันดังนี้

1. ถ้ามีของ 2 ชนิด \therefore จำนวนวิธี = $n!n!(2!)$

2. ถ้ามีของ 3 ชนิด \therefore จำนวนวิธี = $n!n!n!(3!)$

3. ถ้ามีของ k ชนิด \therefore จำนวนวิธี = $(n!)^k(k!)$

7) วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนววงกลม

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งแตกต่างกันทั้งหมดเป็นวงกลม

$$\text{จำนวนวิธี} = (n - 1)!$$

ถ้าสิ่งของที่นำมาเรียงสามารถพลิกกลับด้านได้ เช่น การร้อยมาลัย, ลูกปัด

$$\text{จำนวนวิธี} = \frac{(n-1)!}{2}$$

8) วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนวเส้นตรง

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน} = \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$$

หารจำนวนที่ซ้ำออก เช่นซ้ำ 2 ตัว หาร 2!

9) วิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันในแนววงกลม

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม} = \frac{(n-1)!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$$

หมายเหตุ สูตรนี้จะใช้ได้เมื่อ ห.ร.ม. ของ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ มีค่าเท่ากับ 1 เท่านั้น ถ้า ห.ร.ม. ไม่เป็น 1 ให้ใช้วิธีแจกแจงสมาชิก

วิธีจัดหมู่

1) วิธีจัดหมู่ของที่แตกต่างกันทั้งหมด

มีของแตกต่างกัน n สิ่ง นำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง \therefore จำนวนวิธีทั้งหมด = $C_{n,r} = \binom{n}{r} = \frac{P_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

2) วิธีจัดหมู่สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน

- ถ้ามีของเหมือนกัน n ชิ้น เลือกมาอย่างน้อย 1 ชิ้น จะทำได้ n วิธี

- ถ้ามีของต่างกัน n ชิ้น เลือกมาอย่างน้อย 1 ชิ้น จะทำได้ $2^n - 1$ วิธี

- สำหรับสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน เช่น AAA BB C เมื่อเลือกสิ่งของมา ต้องแยกคิดเป็นกรณีว่า มีตัวซ้ำ หรือ ไม่มีตัวซ้ำ

ทฤษฎีบททวินาม

สูตรการกระจาย

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + \binom{n}{n}b^n$$

พจน์ทั่วไปของการกระจาย

$$T_{r+1} = \binom{n}{r}a^{n-r} \cdot b^r$$

บทที่ 13–14 การสำรวจความคิดเห็น และการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

สถิติเบื้องต้น

1. ความหมายของสถิติ

สถิติ หมายถึง ตัวเลขที่บอกข้อเท็จจริงต่างๆ ซึ่งตัวเลขนี้จะอยู่ในลักษณะ รวบรวมที่ได้มาจากการวิเคราะห์การเปรียบเทียบ หรือ การคำนวณ หรือ หมายถึง ศาสตร์ที่เป็นทั้งวิทยาศาสตร์และศิลปะ ซึ่งเกี่ยวข้องกับ กระบวนการ 4 ขั้นตอน ดังนี้

- 1.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล
- 1.2 การนำเสนอข้อมูล
- 1.3 การวิเคราะห์ข้อมูล
- 1.4 การตีความหมายของข้อมูล

2. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูลสถิติ หรือ ข้อมูล หมายถึง ข้อความจริงในเรื่องใด เรื่องหนึ่งที่เราสนใจศึกษา ซึ่งอาจเป็นตัวเลข หรือข้อความก็ได้ ข้อสำคัญ ข้อมูลเพียงหน่วยเดียวไม่ถือเป็นข้อมูลสถิติ

ประเภทของข้อมูล ถ้าจำแนกตามวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

- 1) ข้อมูลปฐมภูมิ คือ ข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากผู้ให้ข้อมูล หรือ สังเกตจากแหล่งข้อมูลโดยตรง

เช่น ดช. วิกิจ สำรวจส่วนสูงของเพื่อนในชั้นเรียนโดยการเดินถามทีละคน

- 2) ข้อมูลทุติยภูมิ คือ ข้อมูลที่ได้จากข้อมูลที่ผู้อื่นเก็บรวบรวมไว้แล้ว

เช่น จากรายงานต่างๆ ของหน่วยงานราชการ องค์กรการ หรือ เอกชน บทความจากหนังสือพิมพ์ วารสาร เป็นต้น

ลักษณะของข้อมูล แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ

- 1) ข้อมูลเชิงปริมาณ เป็นข้อมูลที่ชี้แทนขนาด หรือ ปริมาณ ซึ่งสามารถ ชั่ง ตวง วัด ออกมาเป็นตัวเลขได้โดยตรง

2) ข้อมูลเชิงคุณภาพ เป็นข้อมูลที่ไม่สามารถวัดออกมาเป็นตัวเลขได้โดยตรง แต่วัดออกมาโดยอาศัยคุณลักษณะของสิ่งนั้นๆ แต่ในบางกรณี ข้อมูลเชิงคุณภาพวัดออกมาเป็นตัวเลขได้ แต่ตัวเลขเหล่านั้นไม่สามารถนำมาหาค่าเฉลี่ยได้ เช่น เบอร์เสื้อ เบอร์รองเท้า

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล มีวิธีเก็บได้หลายวิธี คือ

- 1) จากทะเบียนประวัติ เป็นการเก็บรวบรวมจากฝ่ายทะเบียนต่างๆ เช่น ฝ่ายทะเบียนของโรงเรียน เขต โรงพยาบาล หน่วยงานของรัฐ การเก็บรวบรวมโดยทำการคัดลอกซึ่งข้อมูลที่ได้มีความเชื่อถือค่อนข้างสูง ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่าย

2) จากการสำรวจ บางครั้งข้อมูลจากทะเบียนประวัติมีไม่ครบตามที่ต้องการ หรือไม่ได้เก็บรวบรวมไว้จึงจำเป็นต้องใช้วิธีสำรวจเอง โดยใช้แบบสอบถาม หรือ การสัมภาษณ์

- 3) จากการสังเกต ข้อมูลบางประเภทใช้แบบสอบถามหรือ สัมภาษณ์ อาจไม่ได้ข้อเท็จจริง ก็ต้องใช้วิธีแอบดูหรือสังเกตเอง

4) จากการทดลอง ส่วนใหญ่เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ เป็นข้อมูลที่ถูกต้องและ เชื่อถือได้มาก ถ้าไม่เกิดความคลาดเคลื่อนจากการวัด หรือ การวางแผนการทดลอง

3. การนำเสนอข้อมูล

การนำเสนออย่างไม่เป็นแบบแผน เช่น

- การนำเสนอในรูปข้อความ คือ การนำข้อมูลมาเสนอเป็นส่วนหนึ่งของข้อความ
- การนำเสนอในรูปกึ่งตาราง คือ การนำเสนอข้อมูลโดยแยกตัวเลขออกจากข้อความ

การนำเสนอข้อมูลอย่างเป็นแบบแผน เช่น

- การนำเสนอด้วยตาราง แผนภูมิ หรือ แผนภาพ กราฟเส้น

4. การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

- ตารางแจกแจงความถี่
- ฮิสโตแกรม
- รูปหลายเหลี่ยมของความถี่
- เส้นโค้งความถี่
- เส้นโค้งความถี่สะสม

สัญลักษณ์แทนการบวก (Σ อ่านว่า ซิกมา)

สมบัติของ Σ

$$1. \sum_{i=1}^N c = \underbrace{c+c+c+\dots+c}_N = cN$$

$$2. \sum_{i=1}^N cx_i = c \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{ดึงค่าคงที่ไปอยู่หน้า } \Sigma \text{ ได้})$$

$$3. \sum_{i=1}^N (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^N x_i + \sum_{i=1}^N y_i \quad (\Sigma \text{ ผลบวก สามารถกระจายได้})$$

$$4. \sum_{i=1}^N (x_i - y_i) = \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N y_i \quad (\Sigma \text{ ผลลบ สามารถกระจายได้})$$

ค่ากลางของข้อมูล

ค่ากลางของข้อมูล	ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่	ข้อมูลแจกแจงความถี่
1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) <ul style="list-style-type: none"> ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม 	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$ $\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$ $\bar{x} = \frac{N_1x_1 + N_2x_2 + \dots + N_nx_n}{N_1 + N_2 + \dots + N_n}$	$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$ หรือ $\bar{x} = A + \left(\frac{\sum fd}{N}\right)I$
2) มัธยฐาน (Median = Med.)	1) เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก 2) ข้อมูลที่อยู่ตรงกลางคือ มัธยฐาน	$Med. = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_m}\right)I$
3) ฐานนิยม (Mode = Mo.)	ข้อมูลที่ซ้ำกันมากที่สุด คือ ฐานนิยม	$Mode = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)I$
4) ค่ากึ่งกลางพิสัย (Mid - range)	$Mid - range = \frac{x_{max} + x_{min}}{2}$	$Mid - range = \frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2}$
5) ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก (Harmonic Mean = H.M.)	$H.M. = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_N}}$	-
6) ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (Geometric Mean = G.M.)	$G.M. = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_N}$	-

การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล

การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล	ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่	ข้อมูลแจกแจงความถี่
1) ควอไทล์(แบ่ง 4 ส่วน)	1)เรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปหาค่ามาก 2)หาดำแหน่ง สูตร $Q_r = \frac{(N+1)}{4} \times r$ 3)เทียบคะแนนจาก คะแนน = ค่าของข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่ง + (เศษ x ช่วงห่างของข้อมูล)	1)สร้างช่องความถี่สะสมของข้อมูลที่กำหนดให้ 2)หาดำแหน่ง สูตร $Q_r = \frac{N}{4} \times r$ 3)เทียบคะแนน สูตร $Q_r = L + \left(\frac{\frac{Nr}{4} - \sum f_L}{f_m} \right) I$
2) เดซิซิล (แบ่ง 10 ส่วน)	1)เรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปหาค่ามาก 2) หาดำแหน่ง สูตร $D_r = \frac{(N+1)}{10} \times r$ 3)เทียบคะแนนจาก คะแนน = ค่าของข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่ง + (เศษ x ช่วงห่างของข้อมูล)	1)สร้างช่องความถี่สะสมของข้อมูลที่กำหนดให้ 2)หาดำแหน่ง สูตร $D_r = \frac{N}{10} \times r$ 3)เทียบคะแนน สูตร $D_r = L + \left(\frac{\frac{Nr}{10} - \sum f_L}{f_m} \right) I$
3) เปอร์เซ็นไทล์ (แบ่ง 100 ส่วน)	1)เรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปหาค่ามาก 2) หาดำแหน่ง สูตร $P_r = \frac{(N+1)}{100} \times r$ 3)เทียบคะแนนจาก คะแนน = ค่าของข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่ง + (เศษ x ช่วงห่างของข้อมูล)	1)สร้างช่องความถี่สะสมของข้อมูลที่กำหนดให้ 2)หาดำแหน่ง สูตร $P_r = \frac{N}{100} \times r$ 3)เทียบคะแนน สูตร $P_r = L + \left(\frac{\frac{Nr}{100} - \sum f_L}{f_m} \right) I$

- เมื่อ L คือ ขอบล่างของชั้นที่ Q_r, D_r, P_r อยู่
 $\sum f_L$ คือ ความถี่สะสมของชั้นที่อยู่ก่อนจะถึงชั้นที่ Q_r, D_r, P_r อยู่
 f_m คือ ความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ Q_r, D_r, P_r อยู่
 I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นที่ Q_r, D_r, P_r อยู่
 n คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

การวัดการกระจายของข้อมูล

การวัดการกระจายสัมบูรณ์	การวัดการกระจายสัมพัทธ์
1) พิสัย (ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่) $\text{พิสัย} = x_{\max} - x_{\min}$ (ข้อมูลแจกแจงความถี่) $\text{พิสัย} = \text{ขอบบนชั้นสูงสุด} - \text{ขอบล่างชั้นต่ำสุด}$	1) สัมประสิทธิ์ของพิสัย $= \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max} + x_{\min}}$
2) ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ $Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$	2) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$
3) ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่) $M.D = \frac{\sum x_i - \bar{x} }{N}$ (ข้อมูลแจกแจงความถี่) $M.D = \frac{\sum f x_i - \bar{x} }{N}$	3) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย $= \frac{M.D.}{\bar{x}}$
4) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่) $S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$ หรือ $S.D. = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2}$ (ข้อมูลแจกแจงความถี่) $S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$ หรือ $S.D. = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2}$	4) สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน $= \frac{S.D.}{\bar{x}}$

ความแปรปรวน (S^2)

1) ความแปรปรวน

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2 = \frac{\sum x^2}{N} - (\bar{x})^2$$

2) ความแปรปรวนรวม

$$= \frac{\sum x_1^2 + \sum x_2^2}{N_1 + N_2} - \left(\frac{\sum x_1 + \sum x_2}{N_1 + N_2}\right)^2$$

บทที่ 15 การแจกแจงปกติ และ บทที่ 16 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

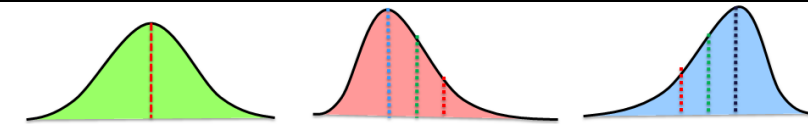
ค่ามาตรฐาน

สัญลักษณ์ เขียนแทนด้วย z สูตร $z = \frac{x_i - \bar{x}}{SD}$

สมบัติของค่ามาตรฐาน

1. ผลรวมของค่ามาตรฐานทุกค่า จะเท่ากับ 0 ($\sum z = 0$)
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่ามาตรฐาน เท่ากับ 0 ($\bar{z} = 0$)
3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของค่ามาตรฐานเท่ากับ 1
4. ผลรวมของกำลังสองของค่ามาตรฐานของทุกค่าของข้อมูลเท่ากับจำนวนข้อมูลนั้น ($\sum z^2 = N$)
5. ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงแบบเส้นโค้งปกติ ค่ามาตรฐานจะมีค่าประมาณ -3 ถึง +3 แต่บางกรณีอาจมีค่ามากกว่า +3 หรือน้อยกว่า -3 บ้างเล็กน้อย

โค้งปกติ



โค้งปกติ

โค้งเบ้ขวา

โค้งเบ้ซ้าย

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม จะมีค่าเท่ากันและมีตำแหน่งอยู่ตรงกลาง
- 2) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ หรือ 100%

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

รูปสมการที่ต้องใช้

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน	สมการทั่วไป	สมการปกติ
แบบเส้นตรง	$y = mx + c$	$\sum y = m \sum x + cn$ $\sum xy = m \sum x^2 + c \sum x$
แบบพาราโบลา	$y = ax^2 + bx + c$	$\sum y = a \sum x^2 + b \sum x + cn$ $\sum xy = a \sum x^3 + b \sum x^2 + c \sum x$ $\sum x^2 y = a \sum x^4 + b \sum x^3 + c \sum x^2$
แบบเอกซโพเนนเชียล	$y = ab^x$ หรือ $\log y = \log a + x \log b$	$\sum \log y = \log b \sum x + n \log a$ $\sum x \cdot \log y = \log b \sum x^2 + \log a \sum x$

บทที่ 17 ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์

ลำดับ
<p>1) ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n+1$ กับพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัว พจน์ทั่วไป $a_n = a_1 + (n-1)d$ เมื่อ d คือ ผลต่างร่วม, a_1 คือ พจน์ที่ 1</p> <p>2) ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n+1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัว พจน์ทั่วไป $a_n = a_1 r^{n-1}$ เมื่อ r คือ อัตราส่วนร่วม, a_1 คือ พจน์ที่ 1</p>
อนุกรม
<p>1) สัญลักษณ์แทนการบวก (\sum อ่านว่า ซิกมา)</p> <p>สมบัติของ \sum</p> <p>1. $\sum_{i=1}^N c = \underbrace{c+c+c+\dots+c}_N = cN$</p> <p>2. $\sum_{i=1}^N cx_i = c \sum_{i=1}^N x_i$ (ดึงค่าคงที่ไปอยู่หน้า \sum ได้)</p> <p>3. $\sum_{i=1}^N (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^N x_i + \sum_{i=1}^N y_i$ (\sum ผลบวก สามารถกระจายได้)</p> <p>4. $\sum_{i=1}^N (x_i - y_i) = \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N y_i$ (\sum ผลลบ สามารถกระจายได้)</p> <p>5. $\sum_{i=1}^n i = 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$</p> <p>6. $\sum_{i=1}^n i^2 = 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$</p> <p>7. $\sum_{i=1}^n i^3 = 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = \left(\sum_{i=1}^n i\right)^2 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$</p> <p>2) อนุกรมเลขคณิต (Arithmetic Series)</p> <p>สูตรผลบวก $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ หรือ $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$ มี 2 สูตร ต้องจำได้เลือกใช้ตามสะดวกเลยจ้า</p> <p>3) อนุกรมเรขาคณิต (Geometric Series)</p> <p>สูตรผลบวก $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$</p>

ลิมิตของลำดับ

- 1) สัญลักษณ์ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$
- 2) ถ้า a_n มีค่าไม่เข้าใกล้เลขใดเลขหนึ่งหรือมีค่าเข้าใกล้หรือเท่ากับเลขใดๆ 2 จำนวนขึ้นไป แสดงว่าลำดับนั้นไม่มีลิมิต
- 3) ลำดับอนันต์ที่มีลิมิต เรียก ลำดับคอนเวอร์เจนต์
- 4) ลำดับอนันต์ที่ไม่มีลิมิต เรียก ลำดับไดเวอร์เจนต์

ทฤษฎีของลิมิต

ให้ c เป็นค่าคงที่ และ ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = B$ แล้ว

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} c = c$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} c a_n = c \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = cA$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = A + B$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = A - B$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = AB$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{A}{B} ; B \neq 0$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^k = \left(\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right)^k = A^k$
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{a_n} = \sqrt[k]{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n} = \sqrt[k]{A}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \left| \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right| = |A|$

วิธีลัดหาลิมิตของลำดับ

ลำดับอนันต์ที่มีพจน์ที่ n อยู่ในรูปเศษส่วนของพหุนาม ให้หาโดยนำกำลังสูงสุดของพหุนามของเศษกับส่วนมาเปรียบเทียบกับกัน ตามนี้

- ❶ ถ้ากำลังของเศษ น้อยกว่า กำลังของส่วน \therefore จะได้ ลิมิต = 0
- ❷ ถ้ากำลังของเศษ เท่ากับ กำลังของส่วน \therefore จะได้ ลิมิต = ส.ป.ส.ของพจน์ที่มีกำลังสูงสุดของเศษหารด้วยของส่วน
- ❸ ถ้ากำลังของเศษ มากกว่า กำลังของส่วน \therefore ไม่มีลิมิต

ลำดับอนันต์ที่มีพจน์ที่ n อยู่ในรูปเอกซ์โพเนนเชียลซึ่งมีฐานเป็นเศษส่วน คือ $a_n = \left(\frac{a}{b} \right)^n$ จะได้

- ❶ ถ้าเศษ น้อยกว่า ส่วน ($a < b$) \therefore จะได้ ลิมิต = 0
- ❷ ถ้าเศษ เท่ากับ ส่วน ($a = b$) \therefore จะได้ ลิมิต = 1
- ❸ ถ้าเศษ มากกว่า ส่วน ($a > b$) \therefore ไม่มีลิมิต

การหาผลบวกของอนุกรมอนันต์

- 1) อนุกรมอนันต์ที่หาผลบวกได้ เรียก อนุกรมคอนเวอร์เจนต์ (Convergent Series)
- 2) อนุกรมอนันต์ที่หาผลบวกไม่ได้ เรียก อนุกรมไดเวอร์เจนต์ (Divergent Series)
- 3) อนุกรมอนันต์เลขคณิต เป็นอนุกรมที่ไม่มีผลบวก ยกเว้น อนุกรมในรูปแบบ $0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$
- 4) อนุกรมอนันต์เรขาคณิต สูตร $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ จะหาได้ เมื่อ $|r| < 1$

บทที่ 18 แคลคูลัสเบื้องต้น

ลิมิตของฟังก์ชัน

1) ลิมิตทางซ้าย

x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย สัญลักษณ์ $x \rightarrow a^-$ ($x < a$)

สัญลักษณ์ของ ลิมิตทางซ้าย $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

2) ลิมิตทางขวา

x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา สัญลักษณ์ $x \rightarrow a^+$ ($x > a$)

สัญลักษณ์ของ ลิมิตทางขวา $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

3) ถ้าใช้สัญลักษณ์ $x \rightarrow a$ หมายถึง x เข้าใกล้ a ทั้งซ้ายและขวา สัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

4) ฟังก์ชันจะมีลิมิตเมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a ใดก็ตามเมื่อ ลิมิตซ้าย = ลิมิตขวา

ทฤษฎีของลิมิต

ให้ c เป็นค่าคงที่ และ ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = B$ แล้ว

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} c = c$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} c a_n = c \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = cA$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = A + B$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = A - B$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = AB$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{A}{B} ; B \neq 0$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^k = \left(\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right)^k = A^k$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{a_n} = \sqrt[k]{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n} = \sqrt[k]{A}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \left| \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right| = |A|$$

5) วิธีการหาลิมิตของฟังก์ชัน สามารถทำได้ 3 แบบ คือ

- โดยการแทนค่า
- โดยการแยกตัวประกอบ
- โดยการคูณด้วยสังยุค

ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน $f(x)$ จะมีความต่อเนื่องที่จุดซึ่ง $x = a$ เมื่อฟังก์ชันนั้นมีคุณสมบัติ 3 ข้อ ดังนี้

1. $f(a)$ หาค่าได้

2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าได้

3. $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$

อัตราการเปลี่ยนแปลง

1) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x + h$

$$\text{คือ } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

2) อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ที่ x ใดๆ

$$\text{คือ } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

หาอนุพันธ์โดยใช้สูตร

$$1. \frac{d}{dx} C = 0$$

$$2. \frac{d}{dx} x = 1$$

$$3. \frac{d}{dx} [Cf(x)] = C \frac{d}{dx} [f(x)]$$

$$4. \frac{d}{dx} x^n = n \cdot x^{n-1}$$

$$5. \frac{d}{dx} [f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx} [f(x)] + \frac{d}{dx} [g(x)]$$

$$6. \frac{d}{dx} [f(x) - g(x)] = \frac{d}{dx} [f(x)] - \frac{d}{dx} [g(x)]$$

$$7. \frac{d}{dx} [f(x) \cdot g(x)] = g(x) \frac{d}{dx} [f(x)] + f(x) \frac{d}{dx} [g(x)]$$

$$8. \frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x) \frac{d}{dx} [f(x)] - f(x) \frac{d}{dx} [g(x)]}{[g(x)]^2}$$

$$9. \frac{du^n}{dx} = n \cdot u^{n-1} \frac{du}{dx}$$

อนุพันธ์อันดับสูง

หมายถึง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = f(x)$ มากกว่า 1 ครั้ง เรียกว่า อนุพันธ์อันดับหนึ่ง, อนุพันธ์อันดับสอง, อนุพันธ์อันดับสาม เช่นนี้ไปเรื่อยๆ

อนุพันธ์ของ Implicit Function

Implicit Function เป็นฟังก์ชันที่ไม่สามารถบอกได้ว่า ตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ

ซึ่งฟังก์ชันจะอยู่ในรูป $f(x, y) = c$

ความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใด ๆ

จากฟังก์ชัน $y = f(x)$ เป็นสมการของเส้นโค้ง จะได้

- 1) ความชันของเส้นโค้งที่จุด (x,y) ใดๆ $= m = \frac{dy}{dx} = f'(x)$
- 2) สูตรการสร้างสมการเส้นตรง คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$
- 3) เส้นตรงที่ขนานกันมีความชันเท่ากัน ($m_1 = m_2$)
- 4) เส้นตรงที่ตั้งฉากกัน ความชันคูณกันได้เท่ากับ -1 ($m_1 \cdot m_2 = -1$)

ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

1) หาโดยใช้วิธีที่ใช้ฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลด หรือใช้อนุพันธ์อันดับที่ 2 ก็ได้

ความเร็วและความเร่ง

สูตรเกี่ยวกับความเร็วและความเร่ง

ให้ $s = f(t)$ เป็นสมการเคลื่อนที่ จะได้

- 1) ความเร็วขณะเวลา $t = v = \frac{ds}{dt} = f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$
- 2) ความเร่งขณะเวลา $t = a = \frac{dv}{dt} = f''(t)$
- 3) ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา t_1 ถึง $t_2 = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$
- 4) อัตราเร็ว ขณะเวลา $t = |v|$
- 5) อัตราเร่ง ขณะเวลา $t = |a|$
- 6) อัตราเร็วเฉลี่ย ในช่วงเวลา t_1 ถึง $t_2 = \left| \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} \right|$
- 7) ดิฟเฟอเรนเชียลได้ความเร็ว ดิฟเฟอเรนเชียลได้ความเร่ง

การอินทิเกรต

สูตรการอินทิเกรต

- 1) $\int k dx = kx + c$
- 2) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c ; n \neq -1$
- 3) $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$
- 4) $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

อินทิกรัลจำกัดเขต

$$\text{สูตร } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b$$

การหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

1) $f(x) \geq 0$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในช่วง $[a, b]$ แล้ว A เป็นพื้นที่เหนือแกน x และ $A = \int_a^b f(x) dx$

2) $f(x) \leq 0$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในช่วง $[a, b]$ แล้ว A เป็นพื้นที่ใต้แกน x และ $A = -\int_a^b f(x) dx$

บทที่ 19 กำหนดการเชิงเส้น

วิธีเขียนกราฟของอสมการเชิงเส้น

1) วิธีเขียนกราฟของอสมการเชิงเส้น

ขั้นที่ 1 เปลี่ยนอสมการเชิงเส้นให้เป็นสมการเชิงเส้น

ขั้นที่ 2 เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นเรียกเส้นตรง L

ขั้นที่ 3 จัดรูปอสมการใหม่เพื่อดูว่าส่วนใดคือพื้นที่ที่ต้องการ

2) ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของกำหนดการเชิงเส้น ประกอบด้วย

2.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น หรือ สมการเส้นตรง เรียกว่า **สมการจุดประสงค์**

เช่น ฟังก์ชันที่เกี่ยวกับผลกำไรมากที่สุด ฟังก์ชันที่เกี่ยวกับต้นทุนที่น้อยที่สุด สมการจุดประสงค์จะนำมาใช้คำนวณหาค่าสูงสุด หรือค่าต่ำสุดของสิ่งที่ต้องการ

2.2 เงื่อนไขบังคับเรียกว่า **อสมการข้อจำกัด**

เป็นอสมการ หรือ สมการที่เป็นเงื่อนไขที่กำหนดให้

เช่น $x + 3y < 9$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

3) การแก้ปัญหาโจทย์กำหนดการเชิงเส้น

มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ ① สมมติตัวแปรที่ใช้ในฟังก์ชันเป้าหมาย

ขั้นที่ ② สร้างฟังก์ชันเป้าหมาย หรือ **ฟังก์ชันจุดประสงค์** ให้สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ ③ สร้างเงื่อนไขบังคับ หรือ ข้อจำกัด ตามข้อมูลที่โจทย์สั่ง

ขั้นที่ ④ เขียนกราฟตามเงื่อนไข จะได้เซตของจุด (x,y) ในบริเวณที่แรเงา

เรียกว่า **คำตอบที่เป็นไปได้**

ขั้นที่ ⑤ หาพิกัดของ (x,y) ที่เป็นจุดมุมของกราฟแล้วนำแต่ละจุดไปหา

ค่าที่เป็นค่าสูงสุด หรือ ต่ำสุดตามต้องการ

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 7)

กิจกรรมที่ 1 : ปัญหา “ช่วยหนูที”

หนูญาญ่ามีเงินเก็บอยู่ 500,000 บาท วันหนึ่งหนูญาญ่าอยากนำเงินไปฝาก เพื่อกินดอกเบี้ยยสัก 5 ปี แต่ว่าเอาละซี !!! ธนาคารแต่ละธนาคารมีเงื่อนไขในการฝากแตกต่างกัน ดังนี้



ให้ดอกเบียในอัตรา 6% จ่ายเพียงครั้งเดียว

ให้ดอกเบียในอัตรา 5% จ่ายทุกปี ปีละครั้ง



ให้ดอกเบียในอัตรา 4% จ่ายทุกๆ 3 เดือน



นักเรียนช่วยหนูญาญ่าที่ว่าจะเลือกฝากเงินกับธนาคารไหนดี จึงจะได้เงินฝากสูงสุด

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 8)

กิจกรรมที่ 2 : ปัญหา “ตัวพ่อของวงการ”

N กับ M เข้ามาเป็นนักแสดงในสังกัดช่อง T TV ร่วมกันในปี พ.ศ. 2558 กับเรื่องแรก “เงารักลวงใจ” และมีผลงานต่างๆ ตามมาอีกมากมาย มีนิตยสารฉบับหนึ่งสัมภาษณ์ทั้งสองคนเกี่ยวกับรายได้ของซูเปอร์สตาร์พร้อมกัน เพื่อดูว่าตัวพ่อของวงการมีรายได้ขนาดไหนกัน



นักข่าว : “สวัสดีครับ N M”

N – M : “สวัสดีครับ”

นักข่าว : “วันนี้จะครับเราก็จะมาถามถึงสิ่งที่หลายคนอยากรู้ก็คือ รายได้ของทั้งสองคน ในฐานะที่เป็นซูเปอร์สตาร์ในขณะนี้ ว่ามากน้อยแค่ไหน”

N : “เราเปิดเผยได้เฉพาะเงินเดือนของทางช่องนะครับ ในส่วนอื่นเปิดเผยไม่ได้”

นักข่าว : “แค่นั้นก็ได้ครับ”

N : “ของผมนะครับเริ่มต้นที่เดือนละ 90,000 บาท แต่จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นปีละ 5% ครับ”

M : “ของผมนะครับเริ่มต้นน้อยกว่า N ได้แค่เดือนละ 70,000 บาท แต่จะค่อยๆ เพิ่ม ปีละ 7% ครับ”

นักข่าว : “โห! อย่างนี้อีกไม่นาน M ก็มีเงินเดือนแซงหน้า N ซิครับ”

N : “จริงหรือครับ!!! แล้วอีกนานไหมครับ”



นักเรียนลองช่วยคิดที่คิดว่าเงินเดือนของ M จะแซง N หรือไม่

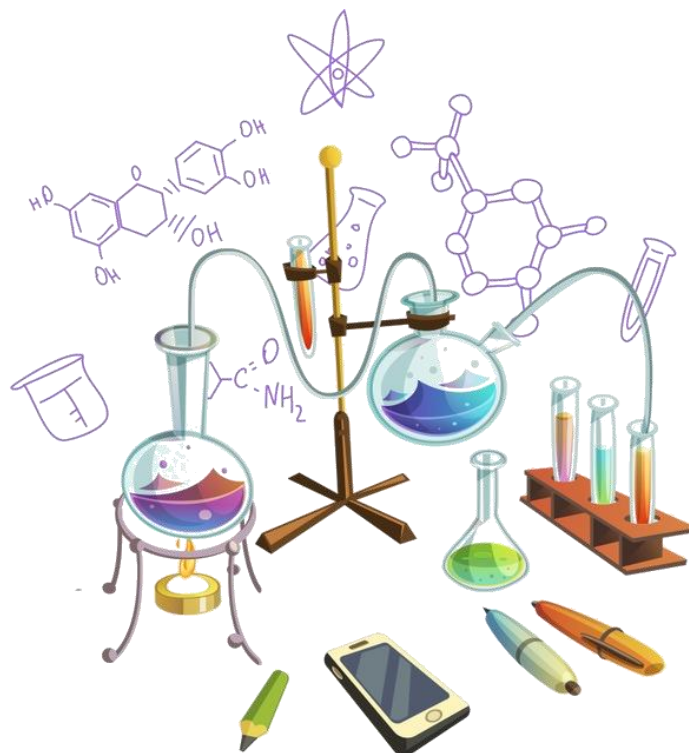
ถ้าแซงเมื่อใด M จะมีเงินเดือนมากกว่า N

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 9)

กิจกรรมที่ 3 : ปัญหา “แบคทีเรียของฉันทัน”

นักวิทยาศาสตร์คนหนึ่ง ได้เพาะเชื้อจุลินทรีย์ในห้องปฏิบัติการของเขา และเฝ้าสังเกตจำนวนแบคทีเรียซึ่งเพิ่มขึ้นจำนวนมากจากการเพาะเชื้อจุลินทรีย์อย่างใจจดใจจ่อ จากเครื่องตรวจนับจุลินทรีย์ จนพบว่า จำนวนแบคทีเรียในการเพาะเชื้อจุลินทรีย์ใน t ชั่วโมง มีสูตรเป็น $n(t) = 500e^{0.45t}$

หากเขาสังเกตจนเวลาผ่านไป 3 ชั่วโมง จะพบจำนวนแบคทีเรียเป็นเท่าไร และถ้าสังเกตพบว่ามีจำนวนแบคทีเรีย 10,000 ตัว แสดงว่าเขาใช้เวลาไปกี่ชั่วโมง



กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 10)

กิจกรรม : คู่เด็ด

ดำและขาว เป็นเด็กวัดอยู่กับหลวงตามาตั้งแต่เด็ก และเมื่อเติบโตต่างคนก็มีงานทำ เมื่อปีใหม่ที่ผ่านมามีดำและขาวได้มาเยี่ยมหลวงตาทั้งคู่

หลวงตา : “เป็นไงบ้าง เจ้าทั้งสอง ทำงานอะไรกันบ้างล่ะ”

ขาว : “ผมทำงานเป็นพนักงานบริษัท เงินเดือนก็เริ่มต้น 20,000 บาทแต่จะเพิ่มขึ้นทุกๆ ปีครับ ปีละ 1,000 บาท ครับ”

หลวงตา : “ของผมนำงานราชการเงินเดือนเริ่มต้นน้อยกว่าขาวครับ ก็เริ่มต้นที่ 15,000 บาท และจะค่อยๆ เพิ่มขึ้น ปีละ 5% ครับ”

หลวงตา : “เอ้อ ตอนนี้อยู่ขาวเงินเดือนมากกว่าเจ้าดำ แต่พอหลายปีเข้า เจ้าดำก็มีเงินเดือนมากกว่าเข้าขาวนั่นแหละ”

ดำ : “แล้วอีกก็ปีกันล่ะครับ หลวงตา”

นักเรียนลองช่วยขาว คิดหน่อยซิว่า อีกก็ปี ดำจะมีเงินเดือนมากกว่าขาว



กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 11)

กิจกรรมที่ 1 : ยี่ห้อรถยนต์

สมพล อุดม ธิดา และกึ่งแก้ว มีรถคนละ 1 คัน เป็นรถญี่ปุ่น 2 คัน ยี่ห้อนิสสัน และโตโยต้า เป็นรถยุโรป 2 คัน ยี่ห้อเบนซ์ และวอลโว่

- 1) สมพลไม่เป็นเจ้าของรถญี่ปุ่น
- 2) ธิดาไปเติมน้ำมันกับเจ้าของรถโตโยต้า
- 3) อุดมเป็นเจ้าของรถวอลโว่



1. ข้อสรุปใดได้จากประโยคที่ 1

.....

2. ข้อสรุปใดได้จากประโยคที่ 1 และ 3

.....

3. ธิดาไปเติมน้ำมันกับใคร

.....

4. กึ่งแก้วมีรถยี่ห้ออะไร

.....

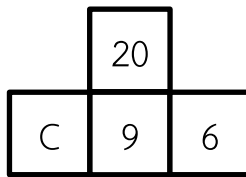
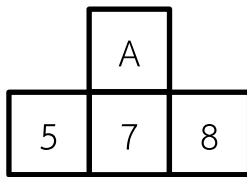
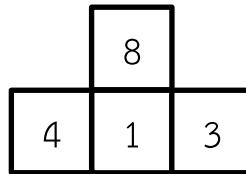
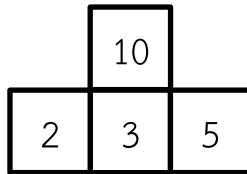
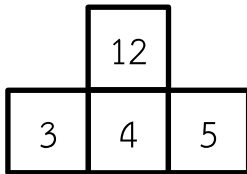


กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 12)

กิจกรรมที่ 2 : แบบรูป

คำชี้แจง จงหาแบบรูปถัดไปจากแบบรูปที่กำหนดให้ โดยการใช้เหตุผล

1.



A x C มีค่าเท่าใด.....

- 2.
- | | | |
|-----------|---|------------|
| 4^2 | = | 16 |
| 34^2 | = | 1,156 |
| 334^2 | = | 111,556 |
| $3,334^2$ | = | 11,115,556 |
| | = | |

3. กานดาอ่านหนังสือเล่มหนึ่งซึ่งมี 50 หน้า ทุกวัน โดยบันทึกหน้าสุดท้ายของแต่ละวัน ดังนี้

วันที่	1	2	3	4	...
หน้าสุดท้าย	6	14	24	32	...

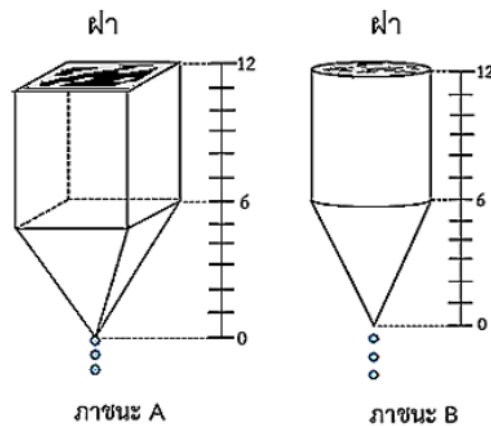
ถ้ากานดาเริ่มอ่านหนังสือ วันที่ 14 มกราคม 2554 ในอัตราเช่นนี้ไปเรื่อยๆ กานดาอ่านหนังสือจบในวันที่เท่าใด

.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 13)

กิจกรรมที่ 3 : ปริมาตร

พิจารณาภาชนะบรรจุน้ำ A และ B ดังรูป จากรูปภาชนะทั้งสองมีส่วนสูงเท่ากัน และความยาวของเส้นทแยงมุมของฝาซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส(บริเวณแรเงา)ภาชนะ A เท่ากับความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของฝาภาชนะ B (บริเวณแรเงา)



จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ระหว่างภาชนะ A กับภาชนะ B ภาชนะใดมีปริมาตรมากกว่ากัน พร้อมอธิบายแนวคิดสนับสนุนคำตอบโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงและความยาวของเส้นทแยงมุมของฝา

.....

.....

.....

2. จงพิจารณาข้อความที่ว่า “ถ้าเปิดน้ำออกจากภาชนะทั้งสอง โดยให้ปริมาณน้ำของภาชนะแต่ละใบเหลือเพียงครึ่งเดียว แล้วระดับน้ำของภาชนะทั้งสองจะอยู่ที่ระดับหมายเลข 6” ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบ

.....

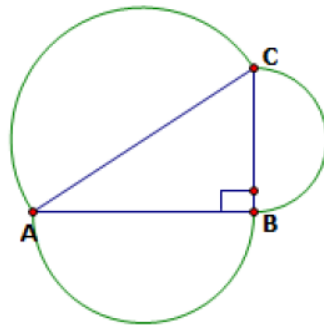
.....

.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 14)

กิจกรรมที่ 4 : ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สังเกตพื้นที่รูปครึ่งวงกลม ต่อไปนี้



กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว b เซนติเมตร และด้านประกอบมุมฉากยาว a เซนติเมตร และ c เซนติเมตร

ความยาวด้านทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	พื้นที่รูปครึ่งวงกลมบน ด้านตรงข้ามมุมฉาก (b)	พื้นที่รูปครึ่งวงกลมบน ด้านประกอบมุมฉาก (a)	พื้นที่รูปครึ่งวงกลมบน ด้านประกอบมุมฉาก (c)
6, 8, 10	$\pi(5^2) = 25\pi$	$\pi(3^2) = 9\pi$	$\pi(4^2) = 16\pi$
10, 24, 26	$\pi(13^2) = 169\pi$	$\pi(5^2) = 25\pi$	$\pi(12^2) = 144\pi$
12, 16, 20	$\pi(10^2) = 100\pi$	$\pi(6^2) = 36\pi$	$\pi(8^2) = 64\pi$

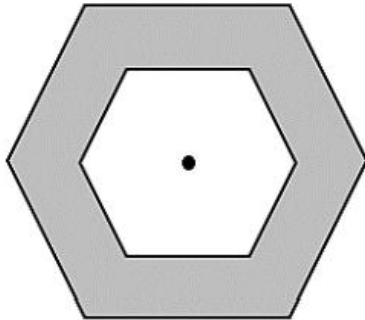
ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

- สำหรับรูปครึ่งวงกลมใดๆ พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก
- สำหรับรูปวงกลมใดๆ พื้นที่ของรูปวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่รูปวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก
- สำหรับรูปเรขาคณิตใดๆ พื้นที่ของรูปเรขาคณิตใดๆ บนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปเรขาคณิตนั้นบนด้านประกอบมุมฉาก
- ไม่มีข้อใดสรุปถูกต้อง

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 19)

กิจกรรมที่ 1 : หกเหลี่ยมด้านเท่า

รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าสองรูปมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน ดังรูป ถ้ารูปใหญ่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 48 หน่วย รูปเล็กมีความยาวรอบรูป 36 หน่วย จงหาพื้นที่ที่แรเงา



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. หากจะแก้ปัญหานี้ จะต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดบ้างที่เพียงพอในการหาคำตอบ โดยตอบในรูปทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม (ระบุเป็นชื่อหรือเขียนอธิบายสาระคำ)

.....
.....
.....

2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1 นำมาเขียนอธิบายแนวทางเป็นข้อๆ เพื่อหาคำตอบโดยไม่ต้องคำนวณ

.....
.....
.....

3. ให้ลองยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริง โดยใช้ความรู้ในข้อที่ 1 โดยไม่ต้องคำนวณหาคำตอบ

.....
.....
.....
.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 20)




กิจกรรมที่ 2 : โพรโมชันโทรศัพท์

ธิดาต้องการเปลี่ยนโปรโมชั่นการใช้โทรศัพท์แทนโปรโมชั่นเดิม เมื่อสอบถามพนักงานให้บริการ พบว่ามี โพรโมชันการใช้โทรศัพท์ใหม่ 2 โพรโมชัน ซึ่งมีรายละเอียดดังตาราง

1. โพรโมชัน สุดคุ้ม 199 บาท ค่าบริการรายเดือน 199 บาท
อัตราค่าใช้บริการ นาทีละ 25 สตางค์ ตลอด 24 ชั่วโมง ทุกเครือข่าย

2. โพรโมชัน สุดเจ๋ง 89 บาท ค่าบริการรายเดือน 89 บาท
อัตราค่าใช้บริการ นาทีที่ 1 - 5 นาทีละ 1 บาท
นาทีที่ 5.01-60 ไม่คิดค่าบริการ (ฟรี)
นาทีที่ 61 เป็นต้นไปนาทีละ 2 บาท ตลอด 24 ชั่วโมง ทุกเครือข่าย

ธิดาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อาศัยอยู่กับคุณพ่อในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง ซึ่งธิดาต้องเดินทางไปและกลับ ระหว่างปากทางเข้าหมู่บ้าน และโรงเรียนโดยรถโดยสารประจำทางทุกวัน (วันเสาร์-อาทิตย์ ธิดาต้องไปเรียนพิเศษโดยรถโดยสารประจำทางเช่นกัน) และคุณพ่อได้ซื้อโทรศัพท์มือถือให้ธิดา 1 เครื่อง ซึ่งสมมติให้ในแต่ละเดือน ธิดาจะมีการใช้เวลาในการโทรศัพท์ติดต่อกับบุคคลดังต่อไปนี้

-  โทรศัพท์ให้คุณพ่อมารับที่ปากทางเข้าหมู่บ้านทุกวัน วันละ 1 ครั้ง
ครั้งละ 1 นาที
-  เมื่อกลับถึงบ้านต้องโทรศัพท์หาคุณแม่ซึ่งอยู่ต่างจังหวัดทุกวัน วันละ 1 ครั้ง
ครั้งละ 15 นาที
-  โทรปรึกษาเรื่องการบ้านและการเรียนกับเพื่อน ทุกวัน วันละ 1 ครั้ง
ครั้งละ 10 นาที

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงนำข้อมูลเติมลงในช่องว่าง เพื่อคำนวณความถี่ในการใช้โทรศัพท์ และเวลาที่คิดใช้ในการโทรศัพท์หาบุคคลต่างๆ ในเวลา 1 เดือน (30 วัน)

เหตุการณ์	ความถี่ในการใช้โทรศัพท์		เวลาที่ใช้โทรศัพท์	
	ครั้ง/วัน	ครั้ง/เดือน	นาที/วัน	นาที/เดือน
1. โทรให้คุณพ่อมารับ				
2. โทรหาคุณแม่				
3. โทรหาเพื่อน				
รวม				

2. จงเติมข้อความลงในตารางการเปรียบเทียบอัตราค่าใช้โทรศัพท์ให้สมบูรณ์ ถูกต้อง พร้อมทั้งอธิบายแนวคิด เหตุผลประกอบการตัดสินใจเลือกโปรโมชั่นโทรศัพท์เพียงโปรโมชั่นเดียว

ตาราง การเปรียบเทียบอัตราค่าบริการโทรศัพท์

รายละเอียดการใช้โทรศัพท์	เวลาในการโทร (ต่อครั้ง)	โปรโมชั่น สุดคุ้ม 199 บาท		โปรโมชั่น สุดเจ๋ง 89 บาท	
		ค่าบริการต่อครั้ง (บาท)	ค่าบริการต่อ 30 วัน (บาท)	ค่าบริการต่อครั้ง (บาท)	ค่าบริการต่อ 30 วัน (บาท)
1. โทรหาคุณพ่อ					
2. โทรหาคุณแม่					
3. โทรหาเพื่อน					
รวมค่าบริการโทรศัพท์ใน 30 วัน					
รวมค่าโทรศัพท์ใน 30 วัน+ค่าบริการรายเดือน					

ถ้านักเรียนเป็นธิดา จะตัดสินใจเปลี่ยนมาใช้โปรโมชั่น.....
 เพราะ.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 21)

กิจกรรมที่ 3 : โภชนาการ

ถ้านักเรียนเป็นเด็กหญิงสีนี อายุ 14 ปี หนัก 40 กิโลกรัม สูง 158 เซนติเมตร และต้องเลือกรับประทานอาหารด้วยตนเองภายใน 1 วัน ให้ได้รับสารอาหารที่เพียงพอ กับความต้องการของร่างกาย และเหมาะสมกับพลังงานที่ใช้ในการทำกิจกรรมต่างๆ ใน 1 วัน โดยมีข้อตกลงเบื้องต้น คือ

- ตามหลักโภชนาการ จะต้องรับประทานอาหารในแต่ละวันให้ได้รับสารอาหาร ทั้ง 6 ชนิด (คาร์โบไฮเดรต, โปรตีน, ไขมัน, วิตามิน, เกลือแร่ และน้ำ) ให้เพียงพอ กับความต้องการของร่างกายและเหมาะสมกับพลังงานที่ใช้ในการทำกิจกรรมต่างๆ ใน 1 วัน
- ปริมาณพลังงาน (Kcal) ที่ได้รับจากการรับประทานอาหารจะต้องมากกว่า พลังงานที่ใช้ (Kcal) ในการทำกิจกรรมต่างๆ ในหนึ่งวัน จำนวน 100 กิโลแคลอรี (Kcal) เพื่อให้มีปริมาณพลังงานจากสารอาหารที่เหลือจากการเผาผลาญในการทำกิจกรรมต่างๆ สำหรับเก็บไว้ในร่างกายเพื่อเป็นพลังงานสำรอง

อาหารชุดที่ 1

รายการ	หน่วย	ปริมาณ (Kcal)
เช้า		
โจ๊กใส่ไข่	1 ถ้วย	250
รวมมื้อเช้า		250
กลางวัน		
เส้นใหญ่ผัดซีอิ้ว	1 จาน	450
แกวยทอด	1 จาน	130
รวมมื้อกลางวัน		580
เย็น		
ผัดถั่วงอกเต้าหู้หมูสับ	1 จาน	280
ปลาช่อนผัดต้นช่าย	1 จาน	220
สลัดสมุนไพร	1 จาน	150
ข้าวจ้าว	1 จาน	150
ไอศกรีม	1 ถ้วย	150
รวมมื้อเย็น		950
รวม 3 มื้อ		1780

อาหารชุดที่ 2

รายการ	หน่วย	ปริมาณ (Kcal)
เช้า		
ขนมปัง	1 แผ่น	58
นมสด	1 แก้ว	150
ไข่ดาว+ไส้กรอก	1 ชุด	262
รวมมื้อเช้า		470
กลางวัน		
บะหมี่หมูแดง	1 จาน	219
ส้ม+ฝรั่ง	1 จาน	130
รวมมื้อกลางวัน		349
เย็น		
ผัดถั่วงอกเต้าหู้หมูสับ	1 จาน	280
ปลาช่อนผัดต้นช่าย	1 จาน	220
น้ำพริกปลาทุ+ผักสด	1 ชุด	200
ข้าวจ้าว	1 จาน	150
รวมมื้อเย็น		850
รวม 3 มื้อ		1669

ให้นักเรียนตอบคำถามจากข้อมูลเบื้องต้นที่โจทย์กำหนดให้

- ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณพลังงานที่สินีใช้ในการทำกิจกรรมภายใน 1 วัน แล้วเติมลงในช่องว่างของตารางแสดงพลังงานที่สินีใช้ในการทำกิจกรรมต่างๆ

วิธีคิด นอนวันละ 8 ชั่วโมง	ใช้พลังงาน.....
เขียนหนังสือ อ่านหนังสือวันละ 7 ชั่วโมง	ใช้พลังงาน.....
อาบน้ำ แปรงฟัน วันละ 1 ชั่วโมง	ใช้พลังงาน.....
ล้างจาน วันละครึ่งชั่วโมง	ใช้พลังงาน.....
ว่ายน้ำ วันละ 2 ชั่วโมง	ใช้พลังงาน.....
กิจกรรมอื่นๆ วันละ 5 ชั่วโมงครึ่ง	ใช้พลังงาน.....
รวมพลังงานที่สินีใช้ในการทำกิจกรรมใน 1 วัน เท่ากับ.....	กิโลแคลลอรี่

โดยมีรายละเอียดดังตาราง

ตารางแสดงพลังงานที่เด็กหญิงสินีใช้ในการทำกิจกรรมต่างๆ ใน 1 วัน

กิจกรรมที่ทำในแต่ละวัน	เวลาที่ทำ กิจกรรม (ชั่วโมง)	พลังงานที่ใช้ (Kcal) ใน 1 ชม. ต่อ น.น. ร่างกาย 1 kg.	พลังงานที่ใช้ (Kcal) ใน 1 วัน ต่อ น.น. ร่างกาย 40 kg.
นอน	8 ชั่วโมง	0.97	
เขียนหนังสือ อ่านหนังสือ	7 ชั่วโมง	2.52	
อาบน้ำ แปรงฟัน (วันละ 2 ครั้งครึ่งละครึ่งชม.)	1 ชั่วโมง	2.81	
ล้างจาน	ครึ่งชั่วโมง	1.22	
ว่ายน้ำ	2 ชั่วโมง	4.37	
กิจกรรมอื่นๆ	5 ชั่วโมงครึ่ง	0.30	
รวมพลังงานที่สินีใช้ในการทำกิจกรรม (Kcal)			

2. สมมติว่าไม่มีข้อห้ามทางศาสนา/ไม่มีข้อจำกัดอื่น ให้นักเรียนเลือกรับประทานอาหารจากชุดอาหารที่กำหนดให้เพียง 1 ชุด พร้อมแสดงเหตุผล แนวคิด และรายละเอียดสารอาหารที่ได้รับจากการรับประทานอาหารแต่ละชนิดให้ถูกต้องตามหลักโภชนาการ

ตอบ เลือกรับประทานอาหารชุดที่..... เพราะ.....
.....
.....
.....

รายละเอียดสารอาหารที่ได้รับจากการรับประทานอาหารแต่ละชนิด

คาร์โบไฮเดรต ได้จาก.....
.....

โปรตีน ได้จาก.....
.....

ไขมัน ได้จาก.....
.....

เกลือแร่ และวิตามิน ได้จาก.....
.....

3. จงบอกเหตุผลโดยอาศัยหลักโภชนาการสนับสนุนในการไม่เลือกรับประทานอาหารอีก 1 ชุด

.....
.....
.....
.....
.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 22)

กิจกรรมที่ 4 : ความน่าจะเป็น

1. แม่ซื้อขนมปังไส้เผือกกับไส้ใบเตยรวม 25 ชิ้น คิดเป็นเงิน 220 บาท ถ้าขนมปังไส้เผือกราคาชิ้นละ 8 บาท และขนมปังไส้ใบเตยราคาชิ้นละ 10 บาท จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกสุ่มหยิบขนมปัง 1 ชิ้นแล้วได้ขนมปังไส้เผือก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ในลังมีขวดเหมือนกันและขนาดเท่ากันอยู่ 5 ขวด ซึ่งแต่ละขวดบรรจุของเหลวดังนี้ น้ำมะนาว, น้ำปลา, น้ำฝรั่ง, น้ำส้มสายชู และน้ำมะขามเปียก ถ้าสุ่มหยิบขวดขึ้นมา 2 ขวด โดยหยิบทีละขวดแบบใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่เป็นกรด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 15)

กิจกรรมที่ 1 : ค่ากลางของข้อมูล

ข้อมูลชุดหนึ่งมี 20 จำนวน หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ได้เท่ากับ 4 แต่ปรากฏว่าผู้คำนวณอ่านค่าผิดไป 2 จำนวน คือ อ่านค่าที่ถูกต้องจาก 0.8 และ 3.0 เป็น 8.0 และ 0.3 ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ถูกต้อง

กระบวนการคิด

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 16)

กิจกรรมที่ 2 : ค่ากลางของข้อมูล

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ 5 ครั้ง เป็น 85 คะแนน มัธยฐาน คือ 86 คะแนน และฐานนิยม คือ 80 คะแนน คะแนนสอบสูงสุดที่เป็นไปได้ของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด (คิดคะแนนสอบเป็นจำนวนเต็ม)

กระบวนการคิด

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 17)

กิจกรรมที่ 3 : สวนสัตว์

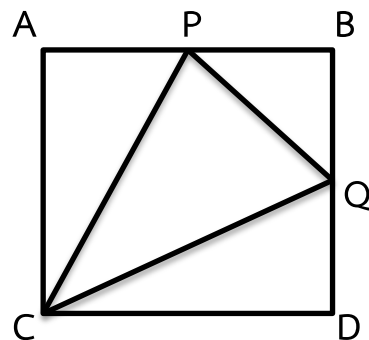
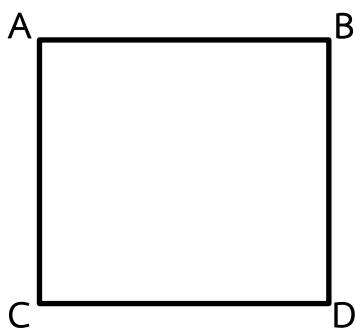
เจ้าหน้าที่สวนสัตว์เก็บเงินค่าเข้าชมสวนสัตว์ได้เงิน 125 บาท โดยจำหน่ายบัตรไป 8 ใบ ถ้าผู้ใหญ่เสียค่าบัตรเข้าชมคนละ 25 บาท เด็กคนละ 10 บาท อยากทราบว่าเจ้าหน้าที่จำหน่ายบัตรแต่ละชนิดไปอย่างละกี่ใบ จงแสดงวิธีคิดโดยใช้ตารางประกอบ

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 18)

กิจกรรมที่ 4 : อัตราส่วนของรูปหลายเหลี่ยม

- อุปกรณ์ - กระดาษ A4 จำนวน 1 แผ่น
- ไม้บรรทัด และ ปากกา

- วิธีทำ 1. ตัด “กระดาษ” ให้เป็น “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” (มีขนาดเท่าไรก็ได้)
2. สมมติให้ “กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” เป็น “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD” (ดังรูปที่ 1)



3. ให้หา “จุดกึ่งกลาง” ของด้าน AB และ BC
4. สมมติให้ “จุดกึ่งกลาง” ทั้งสองเป็นจุด P และ Q ตามลำดับ
5. ลาก “เส้นเชื่อม” PQ, DP และ DQ (ดังรูปที่ 2)

อยากทราบว่า

- 1) ให้หา “อัตราส่วน” ระหว่าง “พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม DPQ” กับ “พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD”
- 2) ถ้าเปลี่ยนเงื่อนไขจาก “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” เป็น “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า” และกระทำเหมือนข้างต้น “ผลลัพธ์ที่ได้จะเหมือนเดิมหรือไม่ อย่างไร” (อธิบายเหตุผลประกอบ)

ผลการปฏิบัติกิจกรรม

1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการหา มีอะไรบ้าง

.....
.....
.....

2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....
.....
.....

3. “P และ Q เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB และ BC” หมายความว่าอย่างไร

.....
.....
.....

4. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....
.....
.....

5. ขั้นตอน/ยุทธวิธี (strategy) ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....
.....
.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 23)

กิจกรรมที่ 1 : จับกลุ่มสัมพันธ์

จากข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ให้นักเรียนจับกลุ่มจำนวนตั้งแต่ 3 จำนวนขึ้นไปที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกันให้ได้มากที่สุด (ลักษณะเฉพาะที่ได้ต้องแตกต่างกัน)

-4, -2, $-\frac{1}{3}$, 0, 1, $\frac{1}{4}$, 2, 4, 5, 6, 9, $9\frac{2}{3}$, 10, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 23, 25, 27, 32

จำนวน	ลักษณะร่วม
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 24)

กิจกรรมที่ 2 : จำนวนเต็ม

จากจำนวนเต็มที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2	3	5	9				
10	15	18	25	32	40	49	80
145	200	244	450	690	726	777	900
1533	2345	4500	4768	5900	7896	8888	9221

การดำเนินการ + - × ÷

ให้นักเรียนใช้จำนวนเต็ม และการดำเนินการที่กำหนด เพื่อให้ได้คำตอบเป็น 500 โดยมีเงื่อนไข ดังนี้

- 1) ในแต่ละคำตอบสามารถใช้จำนวนเต็มจำนวนนั้นๆ ได้เพียงครั้งเดียว
- 2) ถ้าได้คำตอบเป็น 500 พอดี ได้คะแนน 50 คะแนน
- 3) ถ้าได้คำตอบต่างจาก 500 อยู่ไม่เกิน 25 คะแนน ได้คะแนน 30 คะแนน
- 4) ถ้าได้คำตอบต่างจาก 500 อยู่ไม่เกิน 50 คะแนน ได้คะแนน 10 คะแนน
- 5) นักเรียนที่ผ่านข้อนี้ต้องได้คะแนนรวม 300 คะแนนขึ้นไป

ตัวอย่างที่ 1

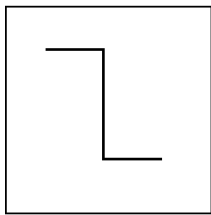
$$\begin{array}{l} 8,888 - 7,896 = 902 \\ 902 \div 2 = 451 \\ 451 + 49 = 500 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 8,888 - 7,896 = 902 \\ 902 \div 2 = 451 \\ 451 + 49 = 500 \end{array}} \right\} \text{ ได้ 50 คะแนน}$$

วิธีคิด	คำตอบ
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	
14.	
15.	
16.	
17.	
18.	
19.	
20.	
รวม	

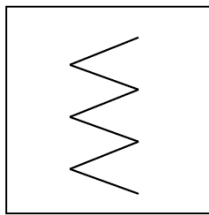
กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 25)

กิจกรรมที่ 3 : การวาดภาพให้สมบูรณ์

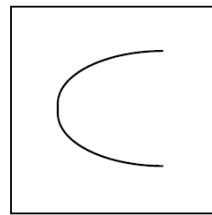
กิจกรรมการวาดภาพต่อเติมจากเส้นที่กำหนดให้สมบูรณ์ จำนวน 10 ภาพ โดยให้เส้นที่กำหนดเป็นส่วนหนึ่งของภาพ ภาพจะต้องน่าสนใจตื่นเต้น แปลกแตกต่างไปจากคนอื่น ๆ แล้วให้ตั้งชื่อภาพด้วย



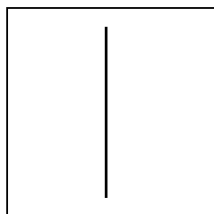
4.ชื่อภาพ.....



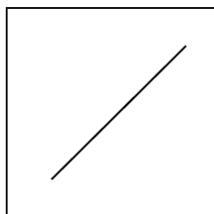
5.ชื่อภาพ.....



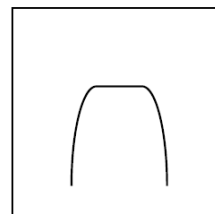
6.ชื่อภาพ.....



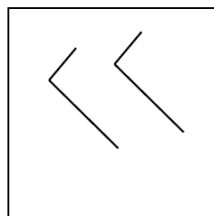
1.ชื่อภาพ.....



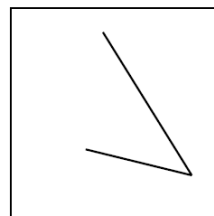
2.ชื่อภาพ.....



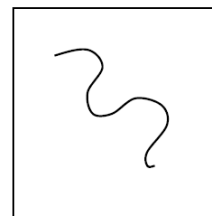
3.ชื่อภาพ.....



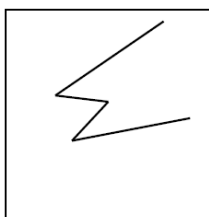
7.ชื่อภาพ.....



8.ชื่อภาพ.....



9.ชื่อภาพ.....



10.ชื่อภาพ.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 26)

กิจกรรมที่ 4 : การตั้งคำถาม

คำชี้แจง ให้นักเรียนตั้งคำถามจากคำที่กำหนดให้ได้มากที่สุด

1. สีนามิ

.....

.....

.....

.....

.....

2. นักการเมือง

.....

.....

.....

.....

.....

3. สนามบินสุวรรณภูมิ

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมประจำหน่วย (ครั้งที่ 27)

บทที่ 1 เซต

O-NET 49

1. ถ้า $A - B = \{2, 4, 6\}$, $B - A = \{0, 1, 3\}$ และ $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

แล้ว $A \cap B$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $\{0, 1, 4, 5, 6, 7\}$
2. $\{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$
3. $\{0, 1, 3, 5, 7, 8\}$
4. $\{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$

2. ในการสอบถามพ่อบ้านจำนวน 300 คน พบว่า มีคนที่ไม่ดื่มทั้งชาและกาแฟ 100 คน มีคนที่ดื่มชา 100 คน และมีคนที่ดื่มกาแฟ 150 คน พ่อบ้านที่ดื่มทั้งชาและกาแฟมีจำนวนเท่าใด _____

O-NET 49

3. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตซึ่ง $n(A \cup B) = 88$ และ $n[(A - B) \cup (B - A)] = 76$

ถ้า $n(A) = 45$ แล้ว $n(B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 45
2. 48
3. 53
4. 55

4. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 46 คน แต่ละคนมีเสื้อสีเหลืองหรือสีฟ้าอย่างน้อยสีละหนึ่งตัว ถ้านักเรียน 39 คน มีเสื้อสีเหลืองและ 19 คนมีเสื้อสีฟ้า แล้วนักเรียนกลุ่มนี้ที่มีทั้งเสื้อสีเหลืองและเสื้อสีฟ้ามีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9
2. 10
3. 11
4. 12

O-NET 51

5. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 50 คน มี 32 คน ไม่ชอบเล่นกีฬาและไม่ชอบฟังเพลง ถ้ามี 6 คน ชอบฟังเพลงแต่ไม่ชอบเล่นกีฬา และมี 1 คน ชอบเล่นกีฬาแต่ไม่ชอบฟังเพลง แล้วนักเรียนในกลุ่มนี้ที่ชอบเล่นกีฬาและชอบฟังเพลงมีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 11 คน
2. 12 คน
3. 17 คน
4. 18 คน

6. ถ้ากำหนดจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ตามตารางต่อไปนี้

เซต	$A \cup B$	$A \cup C$	$B \cup C$	$A \cup B \cup C$	$A \cap B \cap C$
จำนวนสมาชิก	25	27	26	30	7

แล้ว จำนวนสมาชิกของ $(A \cap B) \cup C$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 23
2. 24
3. 25
4. 26

O-NET 52

7. ให้ A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตอนันต์ ข้อความใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1. มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ A | 2. มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ B |
| 3. มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ A | 4. มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ B |

8. ในการสำรวจความชอบในการดื่มชาเขียวและกาแฟของกลุ่มตัวอย่าง 32 คน พบว่าผู้ชอบดื่มชาเขียวมี 18 คน ผู้ชอบดื่มกาแฟมี 16 คน ผู้ไม่ชอบดื่มชาเขียวและไม่ชอบดื่มกาแฟมี 8 คน จำนวนคนที่ชอบดื่มชาเขียวอย่างเดียวกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|---------|---------|----------|----------|
| 1. 6 คน | 2. 8 คน | 3. 10 คน | 4. 12 คน |
|---------|---------|----------|----------|

O-NET 53

9. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และ $B = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, 6, 7, 8, \dots\}$ ข้อใดเป็นเท็จ

1. $A - B$ มีสมาชิก 5 ตัว
2. จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ $B - A$ เท่ากับ 4
3. จำนวนสมาชิกของ $(A - B) \cup (B - A)$ เป็นจำนวนคู่
4. $A \cap B$ คือเซตของจำนวนนับที่มีค่ามากกว่า 5

10. ในการสอบของนักเรียนชั้นประถมศึกษากลุ่มหนึ่ง พบว่ามีผู้สอบผ่านวิชาต่างๆ ดังนี้

คณิตศาสตร์ 36 คน, สังคมศึกษา 50 คน, ภาษาไทย 44 คน, คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา 15 คน
ภาษาไทยและสังคมศึกษา 12 คน คณิตศาสตร์และภาษาไทย 7 คน ทั้งสามวิชา 5 คน

จำนวนผู้สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชามีกี่คน _____

O-NET 54

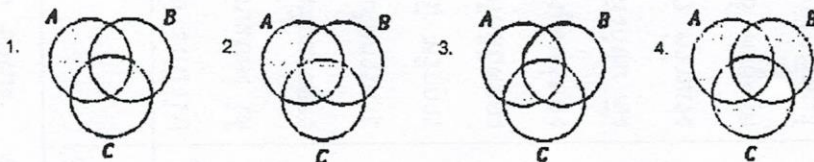
11. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ ซึ่งพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| ก. $(C - A) \subset (C - B)$ | ข. $A' \cap C \subset A' \cap B$ |
|------------------------------|----------------------------------|

ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นจริง

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1. (ก) ถูก (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก (ข) ผิด | 3. (ก) ผิด (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด (ข) ผิด |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

12. แผนภาพแรเงาในข้อใดแทนเซต $[(A - B) \cap (A - C)] \cup [(B \cap C) - (A \cap B \cap C)]$



13. ให้ A และ B เป็นเซตซึ่ง $n(A) = 5, n(B) = 4$ และ $n(A \cap B) = 2$ ถ้า $C = (A - B) \cup (B - A)$

แล้ว $n(P(C))$ เท่ากับเท่าใด _____

14. ในการสำรวจงานอดิเรกของนักเรียน 200 คน ปรากฏว่า 120 คนชอบอ่านหนังสือ 110 คนชอบดูภาพยนตร์ 130 คนชอบเล่นกีฬา 60 คนชอบอ่านหนังสือและดูภาพยนตร์ 70 คนชอบอ่านหนังสือและเล่นกีฬา 50 คนชอบดูภาพยนตร์และเล่นกีฬา นักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาเพียงอย่างเดียวมีกี่คน _____

บทที่ 2 การให้เหตุผล

O-NET 49

1. กำหนด เหตุ (1) ไม่มีคนขยันคนใดเป็นคนตงงาน
(2) มีคนตงงานที่เป็นคนใช้เงินเก่ง
(3) มีคนขยันที่ไม่เป็นคนใช้เงินเก่ง

ผล ในข้อใดต่อไปนี้เป็นกรสรุปผลจากเหตุข้างต้นที่เป็นไปอย่างสมเหตุสมผล

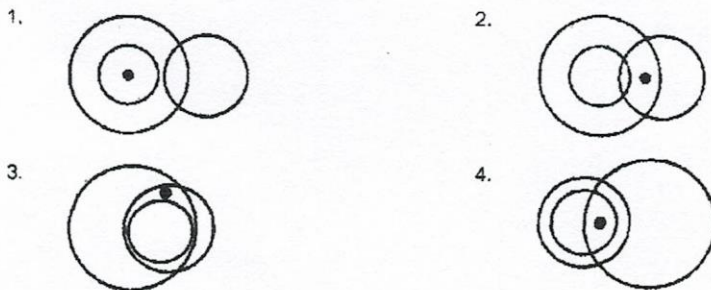
1. มีคนขยันที่เป็นคนใช้เงินเก่ง
2. มีคนใช้เงินเก่งที่เป็นคนตงงาน
3. มีคนใช้เงินเก่งที่เป็นคนขยัน
4. มีคนตงงานที่เป็นคนขยัน

O-NET 50

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) นักกีฬาทุกคนมีสุขภาพดี
- (2) คนที่มีสุขภาพดีบางคนเป็นคนดี
- (3) ภราดรเป็นนักกีฬา และเป็นคนดี

แผนภาพในข้อใดต่อไปนี้ มีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับข้อความทั้งสามข้อข้างต้น เมื่อจุดแทนภราดร

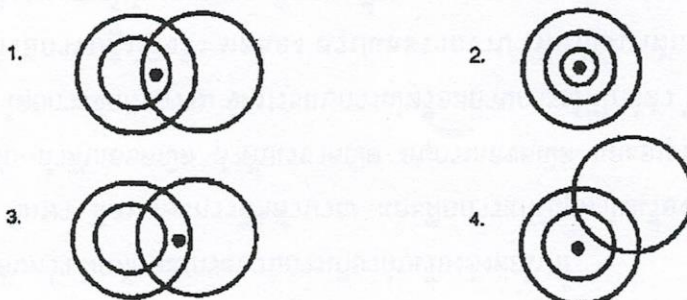


O-NET 51

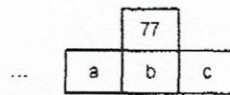
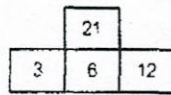
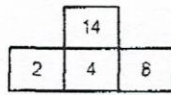
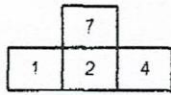
3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. คนตีกอล์ฟเก่งทุกคนเป็นคนสายตาดำ
2. คนที่ตีกอล์ฟได้ไกลกว่า 300 หลา บางคนสายตาดำ
3. ธงชัยตีกอล์ฟเก่งแต่ตีได้ไม่ไกลกว่า 300 หลา

แผนภาพในข้อใดต่อไปนี้ มีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับข้อความทั้งสามข้างต้นเมื่อจุดแทนธงชัย



4. จากรูปแบบต่อไปนี้



โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย $2a - b + c$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 11 2. 22 3. 33 4. 44

O-NET 52

5. พิจารณาผลต่างระหว่างพจน์ของลำดับ 2, 5, 10, 17, 26, ... โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย พจน์ที่ 10 ของลำดับ คือข้อใดต่อไปนี้

1. 145 2. 121 3. 101 4. 84

6. กำหนดเหตุให้ดังต่อไปนี้

- เหตุ (ก) ทุกจังหวัดที่อยู่ไกลจากกรุงเทพมหานครเป็นจังหวัดที่มีอากาศดี
(ข) เชียงใหม่เป็นจังหวัดที่มีอากาศไม่ดี

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้สมเหตุสมผล

1. เชียงใหม่เป็นจังหวัดที่ไม่อยู่ไกลจากกรุงเทพมหานคร
2. นราธิวาสเป็นจังหวัดที่ไม่อยู่ไม่ไกลจากกรุงเทพมหานคร
3. เชียงใหม่เป็นจังหวัดที่อยู่ไกลจากกรุงเทพมหานคร
4. นราธิวาสเป็นจังหวัดที่อยู่ไกลจากกรุงเทพมหานคร

O-NET 53

7. พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

- เหตุ 1) A
2) เห็ดเป็นพืชมีดอก
ผล เห็ดเป็นพืชชั้นสูง

ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผล ถ้า A แทนข้อความใด

1. พืชชั้นสูงทุกชนิดมีดอก
2. พืชชั้นสูงบางชนิดมีดอก
3. พืชมีดอกทุกชนิดเป็นพืชชั้นสูง
4. พืชมีดอกบางชนิดเป็นพืชชั้นสูง

O-NET 54

8. พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

- ก. เหตุ 1. รัตนาขยันเรียนหรือรัตนาสอบชิงทุนรัฐบาลได้
2. รัตนาไม่ขยันเรียน
- ข. เหตุ 1. ถ้าฝนไม่ตก แล้วเดชาไปโรงเรียน
2. ฝนตก

ผล รัตนาสอบชิงทุนรัฐบาลได้

ผล เดชาไม่ไปโรงเรียน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. สมเหตุสมผล และ ข. สมเหตุสมผล
2. ก. สมเหตุสมผล และ ข. ไม่สมเหตุสมผล
3. ก. ไม่สมเหตุสมผล และ ข. สมเหตุสมผล
4. ก. ไม่สมเหตุสมผล และ ข. ไม่สมเหตุสมผล

บทที่ 3 จำนวนจริง

O-NET 49

1. กำหนดให้ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม และ $A = \left\{ x \in I \mid \left| \frac{|x-1|-1}{|x-1|} \right| \leq \frac{2}{3} \right\}$ จำนวนสมาชิกของเซต A

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7

2. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ถ้า $a < b$ แล้ว จะได้ $a^2 < b^2$ 2. ถ้า $a < b < 0$ แล้ว จะได้ $ab < a^2$
 3. ถ้า $|a| < |b|$ แล้ว จะได้ $a < b$ 4. ถ้า $a^2 < b^2$ แล้ว จะได้ $a < b$

O-NET 50

3. มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right| - |2 - \sqrt{2}|$ 2. $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{2}$
 3. $\frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 4. $\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{2}$

4. ถ้า $x \leq 5$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $x^2 \leq 25$ 2. $|x| \leq 5$ 3. $x|x| \leq 25$ 4. $(x - |x|)^2 \leq 25$

5. ถ้า $x = -\frac{1}{2}$ เป็นรากของสมการ $ax^2 + 3x - 1 = 0$ แล้ว รากอีกรากหนึ่งของสมการนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -5 2. $-\frac{1}{5}$ 3. $\frac{1}{5}$ 4. 5

6. เซตของจำนวนจริง m ซึ่งทำให้สมการ $x^2 - mx + 4 = 0$ มีรากเป็นจำนวนจริง เป็นสับเซตของเซตใดต่อไปนี้

1. $(-5, 5)$ 2. $(-\infty, -4) \cup [3, \infty)$
 3. $(-\infty, 0) \cup [5, \infty)$ 4. $(-\infty, -3) \cup [4, \infty)$

7. กำหนดให้ a และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ถ้า $a < 0$ แล้ว $a^x < 0$ 2. ถ้า $a < 0$ แล้ว $a^x < a$
 3. ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^x > 0$ 4. ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^x > a$

O-NET 51

8. เซตคำตอบของสมการ $-1 \leq \sqrt{2} + \frac{x}{1-\sqrt{2}} \leq 1$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. $[\sqrt{2}-1, 1]$ | 2. $[\sqrt{2}-1, 2]$ |
| 3. $[3-2\sqrt{2}, 1]$ | 4. $[3-2\sqrt{2}, 2]$ |

9. สมการในข้อใดต่อไปนี้ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงมากกว่า 2 คำตอบ

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1. $(x-2)^2 + 1 = 0$ | 2. $(x^2+2)(x^2-1) = 0$ |
| 3. $(x-1)^2(x^2+2) = 0$ | 4. $(x^2-1)(x+2)^2 = 0$ |

10. จำนวนสมาชิกของเซต $\{x | x = (a + \frac{1}{|a|})^2 - (|a| - \frac{1}{a})^2 \text{ เมื่อ เป็นจำนวนจริงซึ่งไม่เท่ากับ } 0\}$

- | | |
|------|-------------------------|
| 1. 1 | 2. 2 |
| 3. 3 | 4. มากกว่าหรือเท่ากับ 4 |

11. ผลบวกของคำตอบทุกคำตอบของสมการ $x^3 - 2x = |x|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|------|---------------|-----------------|-----------------|
| 1. 0 | 2. $\sqrt{3}$ | 3. $\sqrt{3}-1$ | 4. $\sqrt{3}+1$ |
|------|---------------|-----------------|-----------------|

12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) มีจำนวนตรรกยะที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 0
 (ข) มีจำนวนอตรรกยะที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 0

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. (ก) ถูก (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด (ข) ผิด |

13. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) สมบัติการมีอินเวอร์สการบวกของจำนวนจริง กล่าวว่า สำหรับจำนวนจริง a จะมีจำนวนจริง b ที่ $b + a = 0 = a + b$
 (ข) สมบัติการมีอินเวอร์สการคูณของจำนวนจริง กล่าวว่า สำหรับจำนวนจริง a จะมีจำนวนจริง b ที่ $ba = 1 = ab$

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. (ก) ถูก (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด (ข) ผิด |

14. ให้ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะที่แตกต่างกัน ให้ c และ d เป็นจำนวนอตรรกยะที่แตกต่างกัน พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $a - b$ เป็นจำนวนตรรกยะ

(ข) $c - d$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก (ข) ถูก

2. (ก) ถูก (ข) ผิด

3. (ก) ผิด (ข) ถูก

4. (ก) ผิด (ข) ผิด

15. พิจารณาสมการ $|x - 7| = 6$ ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

1. ค่าตอบหนึ่งของสมการมีค่าระหว่าง 10 และ 15

2. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการมีค่าเท่ากับ 14

3. สมการนี้มีคำตอบมากกว่า 2 คำตอบ

4. ในบรรดาคำตอบทั้งหมดของสมการ คำตอบที่มีค่าน้อยที่สุดมีค่าน้อยกว่า 3

16. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. จำนวนที่เป็นทศนิยมไม่รู้จบบางจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ

ข. จำนวนที่เป็นทศนิยมไม่รู้จบบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อ ก. และข้อ ข.

2. ข้อ ก. เท่านั้น

3. ข้อ ข. เท่านั้น

4. ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด

17. กำหนดให้ s, t, u และ v เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $s < t$ และ $u < v$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $s - u < t - v$

ข. $s - v < t - u$

ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อ ก. และข้อ ข.

2. ข้อ ก. เท่านั้น

3. ข้อ ข. เท่านั้น

4. ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด

18. ผลเฉลยของสมการ $2|5 - x| = 1$ อยู่ในช่วงใด

1. $(-10, -5)$

2. $(-6, -4)$

3. $(-4, 5)$

4. $(-3, 6)$

19. ถ้า $\frac{3}{4}$ เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการ $4x^2 + bx - 6 = 0$ เมื่อ b เป็นจำนวนจริงแล้ว อีกผลเฉลยหนึ่งของ

สมการนี้มีค่าตรงกับข้อใด

1. -2

2. $-\frac{1}{2}$

3. $\frac{1}{2}$

4. 2

O-NET 54

20. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $|a| < |b|$ แล้ว $a^3 < b^3$

ข. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $ac = bc$ แล้ว $a = b$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก และ ข. ผิด

3. ก. ผิด และ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

21. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $|a|b^3c > 0$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $ac > 0$

ข. $bc > 0$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก และ ข. ผิด

3. ก. ผิด และ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

22. ถ้าสมการ $(x^2 + 1)(2x^2 - 6x + c) = 0$ มีรากที่เป็นจำนวนจริงเพียง 1 ราก แล้ว ค่าของ c จะอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1. (0, 3)

2. (3, 6)

3. (6, 9)

4. (9, 12)

23. ถ้า $(p - 2)^2 = 25$ และ $(q + 1)^2 = 81$ แล้ว ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $p - 2q$ เท่ากับเท่าใด _____

24. ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $(x - 1)^2(ax + b) = cx^3 + dx + 4$ ทุกจำนวนจริง x แล้ว $a + b + c + d$ มีค่าเท่าใด _____

25. ถ้าช่วงเปิด (a, b) เป็นเซตคำตอบของอสมการ $|x - 1| + |x - 3| < 17$ และ $x > 2$ แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าใด _____

บทที่ 4 เลขยกกำลัง

O-NET 49

1. $(\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32})^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 60 2. $60\sqrt{2}$ 3. $100\sqrt{2}$ 4. 200

2. $\frac{\sqrt[5]{-32}}{\sqrt[3]{27}} + \frac{2^6}{64^{\frac{3}{2}}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{13}{24}$ 2. $-\frac{5}{6}$ 3. $\frac{2}{3}$ 4. $\frac{19}{24}$

3. ค่าของ x ที่สอดคล้องกับสมการ $\sqrt{2^{(x^2)}} = \frac{2^{(4x)}}{4^4}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5

4. อสมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. $2^{1000} < 3^{600} < 10^{300}$ 2. $3^{600} < 2^{1000} < 10^{300}$
3. $3^{600} < 10^{300} < 2^{1000}$ 4. $10^{300} < 2^{1000} < 3^{600}$

5. ถ้า $4^a = \sqrt{2}$ และ $16^{-b} = \frac{1}{4}$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด _____

O-NET 50

6. $\frac{8^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[4]{144}} \cdot \frac{18^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{6}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 2. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ 3. 2 4. 3

7. $(1-\sqrt{2})^2 (2+\sqrt{8})^2 (1+\sqrt{2})^3 (2-\sqrt{8})^3$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -32 2. -24 3. $-32 - 16\sqrt{2}$ 4. $-24 - 16\sqrt{2}$

8. ถ้า $\left(3 + \frac{3}{8}\right)^{3x} = \frac{16}{81}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{4}{9}$ 2. $-\frac{2}{9}$ 3. $-\frac{1}{9}$ 4. $\frac{1}{9}$

9. ถ้า $8^x - 8^{(x+2)} = 228$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{2}{3}$ 3. $\frac{4}{3}$ 4. $\frac{5}{3}$

10. ข้อใดต่อไปนี้ ผิด

1. $\sqrt{0.9+10} < \sqrt{0.9} + \sqrt{10}$

2. $(\sqrt{0.9}) \times (\sqrt[4]{0.9}) < 0.9$

3. $(\sqrt{0.9})(\sqrt[3]{1.1}) < (\sqrt{1.1})(\sqrt[3]{0.9})$

4. $\sqrt[300]{125} < \sqrt[200]{100}$

O-NET 51

11. $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\right)^2$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{3}{10}$

2. $\frac{7}{10}$

3. $\sqrt{5} - 2$

4. $\sqrt{6} - 2$

12. ถ้า $\left(\sqrt{\frac{8}{125}}\right)^4 = \left(\frac{16}{625}\right)^{\frac{1}{x}}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{4}$

2. $\frac{2}{3}$

3. $\frac{3}{2}$

4. $\frac{4}{3}$

13. $(\sqrt{18} + 2\sqrt{-125} - 3\sqrt[4]{4})$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -10

2. 10

3. $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

4. $5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

14. ข้อใดต่อไปนี้ ผิด

1. $(24)^{30} < 2^{20} \cdot 3^{30} \cdot 4^{40}$

2. $(24)^{30} < 2^{30} \cdot 3^{20} \cdot 4^{40}$

3. $2^{20} \cdot 3^{40} \cdot 4^{30} < (24)^{30}$

4. $2^{30} \cdot 3^{40} \cdot 4^{20} < (24)^{30}$

O-NET 52

15. ค่าของ $\sqrt{(-2)^2} + \left(\frac{8^{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{32}}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1

2. 1

3. 3

4. 5

16. กำหนดให้ ค่าประมาณที่ถูกต้องถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ของ $\sqrt{3}$ และ $\sqrt{5}$ คือ 1.732 และ 2.236 ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $2.235 + 1.731 \leq \sqrt{5} + \sqrt{3} \leq 2.237 + 1.733$

(ข) $2.235 - 1.731 \leq \sqrt{5} - \sqrt{3} \leq 2.237 - 1.733$

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก (ข) ถูก

2. (ก) ถูก (ข) ผิด

3. (ก) ผิด (ข) ถูก

4. (ก) ผิด (ข) ผิด

O-NET 53

17. ข้อใดมีค่าต่างจากข้ออื่น

1. $(-1)^0$

2. $(-1)^{0.2}$

3. $(-1)^{0.4}$

4. $(-1)^{0.8}$

บทที่ 5 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

1. กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \{0, 1\}$ ฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันจาก B ไป A

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $\{(a,1), (b,0), (c,1)\}$ | 2. $\{(0,b), (1,a), (1,c)\}$ |
| 3. $\{(b,1), (c,0)\}$ | 4. $\{(0,c), (1,b)\}$ |

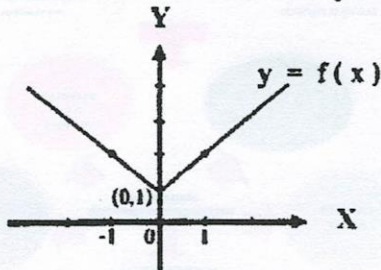
2. กำหนดให้ $f(x) = -x^2 + 4x - 10$ ข้อความในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|----------------------------|--|
| 1. f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ -6 | 2. f ไม่มีค่าสูงสุด |
| 3. f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 6 | 4. $f\left(\sqrt{\frac{9}{2}}\right) < -6$ |

3. ถ้า P เป็นจุดวกกลับของพาราโบลา $y = -x^2 + 12x - 38$ และ O เป็นจุดกำเนิด แล้วระยะทางระหว่างจุด P และจุด O เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sqrt{10}$ หน่วย 2. $2\sqrt{10}$ หน่วย 3. $\sqrt{13}$ หน่วย 4. $2\sqrt{13}$ หน่วย

4. ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ในข้อใดมีกราฟดังรูปต่อไปนี้



- | |
|---------------------|
| 1. $f(x) = 1 - x $ |
| 2. $f(x) = 1 + x $ |
| 3. $f(x) = 1 - x $ |
| 4. $f(x) = 1 + x $ |

5. ถ้า $f = \{(1,0), (2,1), (3,5), (4,3), (5,2)\}$ แล้ว $f(2) + f(3)$ มีค่าเท่าใด _____

6. กำหนดให้ $n(A)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต A ถ้า $r_1 = \{(-1,-2), (0,-1), (1,2), (2,-3), (3,4)\}$ และ $r_2 = \{(x,y) \mid |y+1| = x\}$ แล้ว $n(r_1 \cap r_2)$ เท่ากับเท่าใด _____

O-NET 50

7. ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $r = \{(m,n) \in A \times A \mid m \leq n\}$ แล้ว จำนวนสมาชิกในความสัมพันธ์ r เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. 8 | 2. 10 | 3. 12 | 4. 16 |
|------|-------|-------|-------|

8. พาราโบลารูปหนึ่งมีเส้นสมมาตรขนานกับแกน Y และมีจุดสูงสุดอยู่ที่จุด (a, b) ถ้าพาราโบลารูปนี้ตัดแกน X ที่จุด $(-1, 0)$ และ $(5, 0)$ แล้ว a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|------|------|------|------|
| 1. 0 | 2. 1 | 3. 2 | 4. 3 |
|------|------|------|------|

9. กำหนดให้ $\{(a,b) \mid a \in A, b \in B \text{ และ } b \text{ หารด้วย } A \text{ ลงตัว}\}$ ถ้า $A = \{2, 3, 5\}$ แล้วความสัมพันธ์ r จะเป็นฟังก์ชัน เมื่อ B เท่ากับเซตใดต่อไปนี้

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| 1. $\{3, 4, 10\}$ | 2. $\{2, 3, 15\}$ | 3. $\{0, 3, 10\}$ | 4. $\{4, 5, 9\}$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|

10. กราฟของฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้ตัดแกน X มากกว่า 1 จุด

1. $y = 1 + x^2$ 2. $y = |x| - 2$ 3. $y = |x - 1|$ 4. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

11. ถ้ากราฟของ $y = x^2 - 2x - 8$ ตัดแกน X ที่จุด A, B และมี C เป็นจุดวกกลับแล้ว รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 21 ตารางหน่วย 2. 24 ตารางหน่วย 3. 27 ตารางหน่วย 4. 30 ตารางหน่วย

O-NET 51

12. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ และ

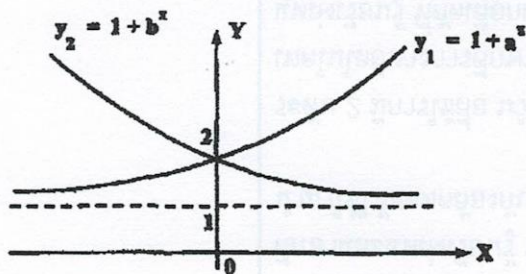
$S = \left\{ (a, b) \in A \times B \mid b = 2a + \frac{a}{2} \right\}$ จำนวนสมาชิกของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

13. ทุก x ในช่วงใดต่อไปนี้ที่กราฟของฟังก์ชันสมการ $y = -4x^2 - 5x + 6$ อยู่เหนือแกน X

1. $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ 2. $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 3. $\left(\frac{1}{4}, \frac{6}{7}\right)$ 4. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

14. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟของฟังก์ชัน $y_1 = 1 + a^x$ และ $y_2 = 1 + b^x$ มีลักษณะดังแสดงในภาพต่อไปนี้แล้ว



ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

1. $1 < a < b$
2. $a < 1 < b$
3. $b < 1 < a$
4. $b < a < 1$

15. กำหนดให้ $f(x) = x^2 - 2x - 15$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. $f(x) \geq -17$ ทุกจำนวนจริง x
2. $f(-3 - \sqrt{2} - \sqrt{3}) > 0$
3. $f(1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) = f(1 - \sqrt{3} - \sqrt{5})$
4. $f(-1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) > f(-1 - \sqrt{3} - \sqrt{5})$

16. ถ้าเส้นตรง $x = 3$ เป็นเส้นสมมาตรของกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = -x^2 + (k + 5)x + (k^2 - 10)$

เมื่อ k เป็นจำนวนจริง แล้ว f มีค่าสูงสุดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -4 2. 0 3. 6 4. 14

17. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, \dots, 14\}$, $r = \{(m, n) | m \in A \text{ และ } n \in B\}$

แล้วจำนวนคู่อันดับ (m, n) ที่อยู่ในความสัมพันธ์ r ซึ่ง 5 หาร n แล้วเหลือเศษ 3 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 3 3. 6 4. 18

O-NET 52

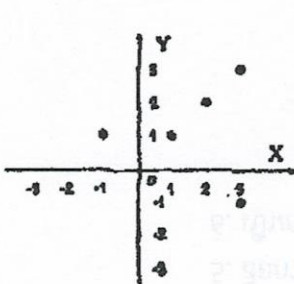
18. กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{a, b\}$ คู่อันดับในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$

1. $(2, b)$ 2. (b, a) 3. $(a, 1)$ 4. $(1, 2)$

19. ให้ $A = \{1, 99\}$ ความสัมพันธ์ใน A ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

1. เท่ากับ 2. ไม่เท่ากับ 3. หารลงตัว 4. หารไม่ลงตัว

20. จากความสัมพันธ์ r ที่แสดงด้วยกราฟดังรูป



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. r เป็นฟังก์ชันเพราะ $(1, 1)$, $(1, 2)$ และ $(3, 3)$ อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน
 2. r เป็นฟังก์ชันเพราะ มีจำนวนจุดเป็นจำนวนจำกัด
 3. r ไม่เป็นฟังก์ชันเพราะมีจุด $(3, 3)$ และ $(3, -1)$ อยู่บนกราฟ
 4. r ไม่เป็นฟังก์ชันเพราะมีจุด $(1, 1)$ และ $(-1, 1)$ อยู่บนกราฟ

21. จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของโดเมนของฟังก์ชัน $y = \frac{x}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$

1. -2 2. -1 3. 0 4. 1

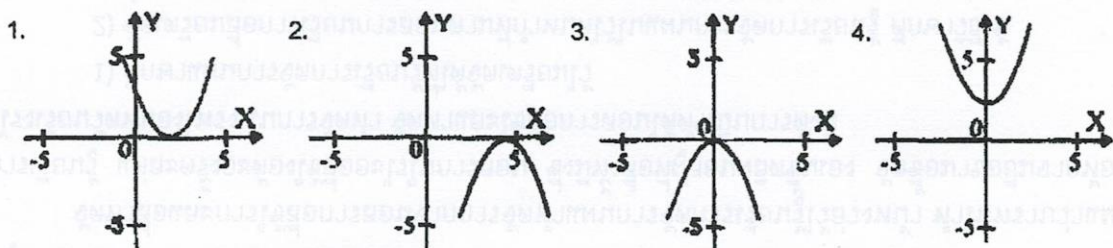
22. ค่าของ a ที่ทำให้กราฟของฟังก์ชัน $y = a(2^x)$ ผ่านจุด $(3, 16)$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5

23. ต้องการล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีพื้นที่ 65 ตารางวา โดยด้านยาวของที่ดินยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้าง อยู่ 3 วา จะต้องใช้รั้วที่มีความยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 30 วา 2. 36 วา 3. 42 วา 4. 48 วา

24. เมื่อเขียนกราฟของ $y = ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a \neq 0$ เพื่อหาคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c$ กราฟในข้อใดต่อไปนี้ แสดงว่าสมการไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง



O-NET 53

25. ถ้า $f(x) = -x^2 + x + 2$ แล้ว ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. $f(x) \geq 0$ เมื่อ $-1 \leq x \leq 2$
2. จุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชัน f อยู่ในจุดภาคที่สอง
3. ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 2
4. ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ 2

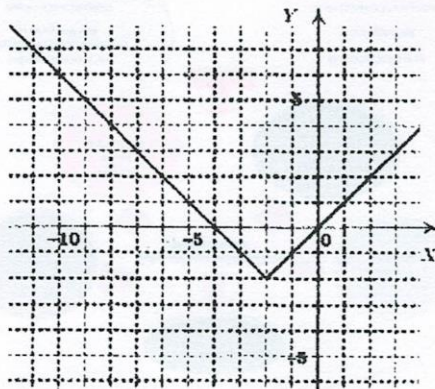
26. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\{(1,2), (2,3), (3,2), (2,4)\}$ | 2. $\{(1,2), (2,3), (3,1), (3,3)\}$ |
| 3. $\{(1,3), (1,2), (1,1), (1,4)\}$ | 4. $\{(1,3), (2,1), (3,3), (4,1)\}$ |

27. ถ้า $f(x) = \sqrt{3-x}$ และ $g(x) = -2 + |x-4|$ แล้ว $D_f \cup R_g$ คือข้อใด

- | | | | |
|-------------------|-------------------|--------------|------------------------|
| 1. $(-\infty, 3)$ | 2. $[-2, \infty)$ | 3. $[-2, 3]$ | 4. $(-\infty, \infty)$ |
|-------------------|-------------------|--------------|------------------------|

28. กำหนดให้กราฟของฟังก์ชัน f เป็นดังรูป ค่าของ $11f(-11) - 3f(-3)f(3)$ คือข้อใด



1. 57
2. 68
3. 75
4. 86

29. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีพื้นที่ 600 ตารางเซนติเมตร ถ้าด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาวเป็น 75% ของด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่งแล้ว เส้นรอบรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ ยาวกี่เซนติเมตร

- | | | | |
|--------|-------|-----------------|-----------------|
| 1. 120 | 2. 40 | 3. $60\sqrt{2}$ | 4. $20\sqrt{2}$ |
|--------|-------|-----------------|-----------------|

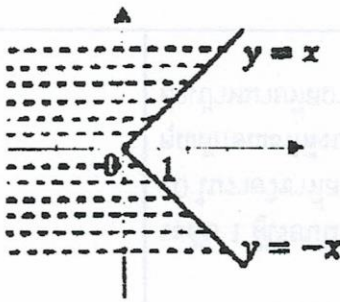
30. ขบวนพาเหรดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขบวนหนึ่ง ประกอบด้วยผู้เดินเป็นแถว แถวละเท่าๆ กัน (มากกว่า 1 แถว และแถวละมากกว่า 1 คน) โดยมีเฉพาะผู้อยูริมด้านนอกทั้งสี่ด้านของขบวนเท่านั้น ที่สวมชุดสีแดง ซึ่งมีทั้งหมด 50 คน ถ้า x คือจำนวนแถวของขบวนพาเหรด และ N คือจำนวนคนที่อยู่ในขบวนพาเหรดแล้ว ข้อใดถูกต้อง

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. $31x - x^2 = N$ | 2. $29x - x^2 = N$ |
| 3. $27x - x^2 = N$ | 4. $25x - x^2 = N$ |

31. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\{(0,1), (0,2), (2,1), (1,3)\}$ | 2. $\{(1,1), (2,0), (2,3), (3,1)\}$ |
| 3. $\{(0,2), (1,1), (2,2), (3,0)\}$ | 4. $\{(1,2), (0,3), (1,3), (2,2)\}$ |

32. ข้อใดต่อไปนี้เป็นความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นบริเวณที่แรเงา



1. $\{(x,y)|y \leq x\}$
2. $\{(x,y)|y \geq x\}$
3. $\{(x,y)|y \leq |x|\}$
4. $\{(x,y)|y \geq |x|\}$

33. ถ้า $f(x) = 3 - \sqrt{4 - x^2}$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ

1. $D_f = [-2, 2]$ และ $R_f = [1, 3]$
2. $D_f = [-2, 2]$ และ $R_f = [0, 3]$
3. $D_f = [0, 2]$ และ $R_f = [1, 3]$
4. $D_f = [0, 2]$ และ $R_f = [0, 3]$

34. ถ้า $f(x-2) = 2x - 1$ แล้ว $f(x^2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็น

1. $2x^2 - 1$
2. $2x^2 + 1$
3. $2x^2 + 9$
4. $2x^2 + 3$

35. พาราโบลารูปหนึ่งเป็นกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. พาราโบลารูปนี้มีจุดวกกลับอยู่ในจุดภาคที่สี่
- ข. พาราโบลารูปนี้มีแกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = -1$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

ข้อมูลโรงเรียน/ข้อมูลผู้เรียน						
ที่	ชื่อ	ชื่อสกุล	เลขที่	ชั้น	ภาค	ปี

บทที่ 6 อัตราส่วนตรีโกณมิติ

O-NET 49

- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม B เป็นมุมฉาก มีมุม A เท่ากับ 30 องศา และมีพื้นที่เท่ากับ $24\sqrt{3}$ ตารางหน่วย ความยาวของด้าน AB เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 12 หน่วย
 - 14 หน่วย
 - 16 หน่วย
 - 18 หน่วย
- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้าน BC ยาวเท่ากับ $10\sqrt{3}$ หน่วย และด้าน AB ยาวเท่ากับ 20 หน่วย ถ้าลากเส้นตรงจากจุด C ไปตั้งฉากกับ AB ที่จุด D แล้วจะได้ว่าด้าน CD ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - $5\sqrt{2}$ หน่วย
 - $5\sqrt{3}$ หน่วย
 - $10\sqrt{2}$ หน่วย
 - $10\sqrt{3}$ หน่วย
- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับ 15 ตารางหน่วย และมีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin B = 3 \sin A$ แล้วด้าน AB ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 5 หน่วย
 - $5\sqrt{3}$ หน่วย
 - $5\sqrt{2}$ หน่วย
 - 10 หน่วย
- ถ้า $x = \sin 65^\circ$ แล้ว อสมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
 - $x < x^2 < \frac{x}{1+x}$
 - $x < \frac{x}{1+x} < \frac{x^2}{1+x^2}$
 - $x^2 < x < \frac{x^2}{1+x^2}$
 - $\frac{x^2}{1+x^2} < x^2 < x$
- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม B เป็นมุมฉาก ถ้า $\cot A = \frac{12}{5}$ แล้ว $10 \csc A + 12 \sec A$ มีค่าเท่าใด _____
- ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม B เป็นมุมฉาก และ $\cos A = \frac{3}{5}$ แล้ว $\cos(B - A)$ มีค่าเท่าใด _____
- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และด้าน BC ยาว 6 นิ้ว ถ้า D เป็นจุดบนด้าน AC โดยที่ $\angle BDC = 70^\circ$ และ $\angle ADC = 10^\circ$ แล้ว ด้าน AB ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - $4\sqrt{3}$ นิ้ว
 - $5\sqrt{3}$ นิ้ว
 - 8 นิ้ว
 - 10 นิ้ว
- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีมุม A เป็นมุมฉาก และมีมุม B = 30 องศา ถ้า D และ E เป็นจุดบนด้าน AB และ BC ตามลำดับ ซึ่งทำให้ DE ขนานกับ AC โดยที่ DE ยาว 5 หน่วย และ EC ยาว 6 หน่วย แล้ว AC ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 7.5 หน่วย
 - 8 หน่วย
 - 8.5 หน่วย
 - 9 หน่วย

9. วงกลมวงหนึ่งรัศมี 6 หน่วย ถ้า A, B, C เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม ถ้า AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม และ $\angle CAB = 60^\circ$ แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $15\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
2. $16\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
3. $17\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
4. $18\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

O-NET 51

10. ถ้ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีความสูง 1 หน่วย แล้วด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ หน่วย
2. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ หน่วย
3. $\frac{4}{3}$ หน่วย
4. $\frac{3}{2}$ หน่วย

11. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และ $\cos B = \frac{2}{3}$ ถ้าด้าน BC ยาว 1 หน่วย แล้ว

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

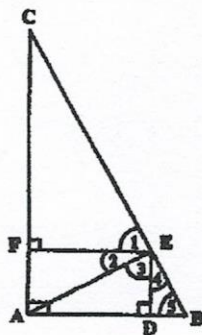
1. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ตารางหน่วย
2. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ตารางหน่วย
3. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ตารางหน่วย
4. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ตารางหน่วย

12. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 12 ตารางหน่วย และ $\tan \angle ABD = \frac{1}{3}$

ถ้า AE ตั้งฉากกับ BD ที่จุด E แล้ว AE ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

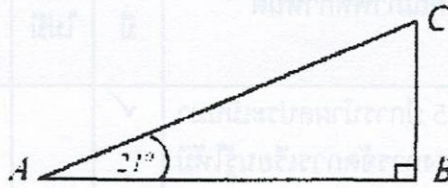
1. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ หน่วย
2. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ หน่วย
3. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ หน่วย
4. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ หน่วย

13. พิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ โดยที่มุม $\angle CFE$, $\angle CAB$, $\angle AEB$ และ $\angle EDB$ ต่างเป็นมุมฉาก ข้อใดต่อไปนี้ผิด



1. $\sin(\hat{1}) = \sin(\hat{5})$
2. $\cos(\hat{3}) = \cos(\hat{5})$
3. $\sin(\hat{2}) = \cos(\hat{4})$
4. $\cos(\hat{2}) = \sin(\hat{3})$

14. จากรูป



ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\sin 21^\circ = \cos 69^\circ$
2. $\sin 21^\circ = \cos 21^\circ$
3. $\cos 21^\circ = \tan 21^\circ$
4. $\tan 21^\circ = \cos 69^\circ$

15. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\sin 30^\circ < \sin 45^\circ$
2. $\cos 30^\circ < \cos 45^\circ$
3. $\tan 45^\circ < \cot 45^\circ$
4. $\tan 60^\circ < \cot 60^\circ$

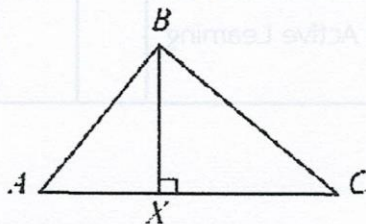
16. กำหนดให้ตาราง A ตาราง B และตาราง C เป็นตารางหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมขนาดต่างๆ ดังนี้

ตาราง A	
θ	$\sin \theta$
40°	0.643
41°	0.656
42°	0.669

ตาราง B	
θ	$\cos \theta$
40°	0.766
41°	0.755
42°	0.743

ตาราง C	
θ	$\tan \theta$
40°	0.839
41°	0.869
42°	0.900

ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก มุม C มีขนาด 41° และส่วนสูง BX ยาว 1 หน่วย แล้ว



ความยาวของส่วนของเส้นตรง AX เป็นดังข้อใดต่อไปนี้

1. ปรากฏอยู่ในตาราง ตาราง A
2. ปรากฏอยู่ในตาราง ตาราง A
3. ปรากฏอยู่ในตาราง ตาราง A
4. ไม่ปรากฏอยู่ในตาราง ตาราง A, B และ C

17.

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$
72°	0.951	0.309
73°	0.956	0.292
74°	0.961	0.276
75°	0.966	0.259

โดยการใช้ตารางหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมชนิดต่างๆ ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ มุมภายในที่มีขนาดเล็กที่สุดของรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 7, 24 และ 25 หน่วย มีขนาดใกล้เคียงกับข้อใดมากที่สุด

1. 15° 2. 16° 3. 17° 4. 18°
18. มุมหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีขนาดเท่ากับ 60 องศา ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนี้ยาว $3 - \sqrt{3}$ ฟุต แล้วด้านที่ยาวเป็นอันดับสองมีความยาวเท่ากับข้อใด
 1. $2 - \sqrt{3}$ ฟุต 2. $2 + \sqrt{3}$ ฟุต 3. $2\sqrt{3} - 3$ ฟุต 4. $2\sqrt{3} + 3$ ฟุต
19. กล้องวงจรปิดซึ่งถูกติดตั้งอยู่สูงจากพื้นถนน 2 เมตร สามารถถ่ายภาพได้ต่ำที่สุดที่มุมก้ม 45 องศา และสูงที่สุดที่มุมก้ม 30 องศา ระยะทางบนพื้นถนนในแนวกล้อง ที่กล้องนี้สามารถถ่ายภาพได้คือเท่าใด (กำหนดให้ $\sqrt{3} \approx 1.73$)
 1. 1.00 เมตร 2. 1.46 เมตร 3. 2.00 เมตร 4. 3.46 เมตร
20. กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC มี $\hat{B} = \hat{A} + \hat{C}$ ให้ D เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AC ถ้า $\angle D = 20^\circ$ แล้ว $\angle ADB$ มีขนาดเท่ากับกี่องศา
 1. 80 องศา 2. 100 องศา 3. 120 องศา 4. 140 องศา
21. กำหนดให้สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{C} = 90^\circ$ ให้ D เป็นจุดบนด้าน AB ซึ่งทำให้ CD ตั้งฉากกับ AB ถ้า AB ยาว 20 หน่วย และ CD ยาว 8 หน่วย แล้ว AD มีความยาวมากที่สุดกี่หน่วย
 1. 10 2. 12 3. 14 4. 16
22. นาย ก และนาย ข ยืนอยู่บนพื้นราบซึ่งห่างจากกำแพงเป็นระยะ 10 เมตร และ 40 เมตร ตามลำดับ ถ้านาย ก มอง หลอดไฟบนกำแพงด้วยมุมเงย α องศา ในขณะที่นาย ข มองหลอดไฟดวงเดียวกันด้วยมุมเงย $90 - \alpha$ องศา ถ้าไม่คิดความสูงของนาย ก และนาย ข แล้วหลอดไฟอยู่สูงจากพื้นราบกี่เมตร
 1. 10 2. $10\sqrt{2}$ 3. $10\sqrt{3}$ 4. 20
23. ถ้า $2\cos^2\theta + \cos\theta = 1$ โดยที่ $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ แล้ว เป็นมุมกี่องศา _____
24. $\csc 30^\circ \left(\frac{\sin 31^\circ \sin 35^\circ}{\sin 35^\circ \cos 59^\circ} \right) \tan 55^\circ$ มีค่าเท่ากับเท่าใด _____
25. กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC มี AD เป็นเส้นความสูงโดยที่ D อยู่บนด้าน BC ถ้าด้าน AB ยาว 5 หน่วย ด้าน AD ยาว 3 หน่วย และ $\hat{B}AD = \hat{A}CD$ แล้วด้าน BC ยาวกี่หน่วย _____

11. พจน์ที่ 31 ของลำดับเลขคณิต $-\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{60}, \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{12}$ 2. $\frac{13}{30}$ 3. $\frac{9}{20}$ 4. $\frac{7}{15}$

12. ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1 - 2 + 4 - 8 + \dots + 256$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -171 2. -85 3. 85 4. 171

13. กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 ถ้า $S_{10} - S_8 = 32$ แล้ว พจน์ที่ 9 ของอนุกรมนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{16}{3}$ 2. $\frac{20}{3}$ 3. $\frac{26}{3}$ 4. $\frac{32}{3}$

14. ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่ง $a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 100$ แล้ว $S_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 120 2. 125 3. 130 4. 135

15. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต พิจารณาลำดับสามลำดับต่อไปนี้

- (ก) $a_1 + a_3, a_2 + a_4, a_3 + a_5, \dots$
 (ข) $a_1 a_2, a_2 a_3, a_3 a_4, \dots$
 (ค) $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ทั้งสามลำดับเป็นลำดับเรขาคณิต
 2. มีหนึ่งลำดับไม่เป็นลำดับเรขาคณิต
 3. มีสองลำดับไม่เป็นลำดับเรขาคณิต
 4. ทั้งสามลำดับไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

O-NET 2552

16. ลำดับเลขคณิตในข้อใดต่อไปนี้ มีบางพจน์เท่ากับ 40

1. $a_n = 1 - 2n$ 2. $a_n = 1 + 2n$
 3. $a_n = 2 - 2n$ 4. $a_n = 2 + 2n$

17. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3 เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ $a_1 = 2$ และ $a_3 = 200$ ถ้า a_2 คือค่าในข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้ แล้วข้อดังกล่าวคือข้อใด

1. -20 2. -50 3. 60 4. 100

18. ข้อใดเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี 100 พจน์

1. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + \dots + 199$

2. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \dots + \frac{1}{199}$

3. $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-1} + \dots + 2^{199}$

4. $\frac{1}{5} + \frac{1}{125} + \frac{1}{3125} + \dots + \frac{1}{5^{2n-1}} + \dots + \frac{1}{5^{199}}$

19. ค่าของ $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + 101$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 970

2. 1020

3. 1050

4. 1071

20. กำหนดให้ $\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ผลบวกของพจน์ที่ 40 และพจน์ที่ 42 เท่ากับข้อใด

1. -18

2. -19

3. -37

4. -38

21. ใน 40 พจน์แรกของลำดับ มีกี่พจน์ ที่มีค่าเท่ากับพจน์ที่ 40

1. 10

2. 20

3. 30

4. 40

22. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิตถ้า $a_2 = 8$ และ $a_5 = -64$ แล้ว ผลบวกของ 10 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใด

1. 2,048

2. 1,512

3. 1,364

4. 1,024

23. ในสวนป่าแห่งหนึ่ง เจ้าของปลูกต้นยูคาลิปตัสเป็นแถวดังนี้ แถวแรก 12 ต้น แถวที่สอง 14 ต้น แถวที่สาม 16 ต้น โดยปลูกเพิ่มเช่นนี้ตามลำดับเลขคณิต ถ้าเจ้าของปลูกต้นยูคาลิปตัสไว้ทั้งหมด 15 แถว จะมีต้นยูคาลิปตัสในสวนป่านี้ ทั้งหมดกี่ต้น _____

24. กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของลำดับเลขคณิต a_1, a_2, a_3, \dots

ถ้า $S_5 = 90$ และ $S_{10} = 5$ แล้ว a_{11} มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -40

2. -39

3. -38

4. -35

25. ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งมีผลบวกและผลคูณ 3 พจน์แรก เป็น 13 และ 27 ตามลำดับ ถ้า r เป็น

อัตราส่วนร่วมของลำดับนี้แล้ว $r + \frac{1}{r}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{10}{3}$

2. $\frac{7}{3}$

3. $\frac{4}{3}$

4. $\frac{1}{3}$

26. ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1 + (-2) + 4 + (-8) + \dots + 256$ เท่ากับเท่าใด _____

27. ลำดับเลขคณิต -43, -34, -25, ... มีพจน์ที่มีค่าน้อยกว่า 300 อยู่ที่พจน์ _____

บทที่ 8 ความน่าจะเป็น

1. ในการเขียนตัวเลข 3 หลัก จากเลขโดด 1 ถึง 7 โดยที่เลขโดดในหลักทั้งสามไม่ซ้ำกันเลย จะมีวิธีเขียนตัวเลขเหล่านี้ ที่แสดงจำนวนคือได้กี่จำนวน _____
2. มีกล่อง 2 ใบ แต่ละใบมีลูกบอลหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 อยู่อย่างละลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก จากกล่องทั้งสองใบนี้ กล่องละลูก แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลหมายเลขต่างกันเท่ากับเท่าใด _____
3. ข้อสอบชุดหนึ่งมี 2 ตอน ตอนที่หนึ่งมี 5 ข้อ ให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จ ตอนที่สองมี 5 ข้อ เป็นข้อสอบแบบ 4 ตัวเลือก ถ้าต้องการตอบข้อสอบชุดนี้ทุกข้อโดยไม่เว้นแล้ว จะมีวิธีตอบข้อสอบชุดนี้ได้ต่างๆ กันทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. $5^2 \times 5^4$ วิธี
 2. $2^5 \times 5^4$ วิธี
 3. $2^5 \times 4^5$ วิธี
 4. $5^2 \times 4^5$ วิธี
4. ในการออกรางวัลแต่ละงวดของกองสลาก ความน่าจะเป็นที่รางวัลเลขท้าย 2 ตัว จะออกหมายเลขที่มีหลักหน่วยเป็นเลขคู่และหลักสิบมากกว่าหลักหน่วยอยู่ 1 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. 0.04
 2. 0.05
 3. 0.20
 4. 0.25

O-NET 50

5. ความน่าจะเป็นที่รางวัลเลขท้าย 2 ตัว ของสลากกินแบ่งรัฐบาลจะออกเลขท้ายทั้งสองหลักเป็นเลขเดียวกันเท่ากับข้อใด ต่อไปนี้
 1. $\frac{1}{10}$
 2. $\frac{2}{10}$
 3. $\frac{1}{9}$
 4. $\frac{2}{9}$
6. โยนลูกเต๋า 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าค่าจะขึ้นแต้มคือน้อยกว่า 1 ลูก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. $\frac{2}{3}$
 2. $\frac{5}{8}$
 3. $\frac{3}{4}$
 4. $\frac{7}{8}$
7. จากการสำรวจนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 30 คน พบว่ามีนักเรียนไม่ชอบรับประทานปลา 12 คน และชอบรับประทาน ปลาหรือกุ้ง 23 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่ชอบรับประทานกุ้งเพียงอย่างเดียวมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. $\frac{1}{6}$
 2. $\frac{1}{5}$
 3. $\frac{2}{5}$
 4. $\frac{3}{5}$

O-NET 51

8. ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้อง 6 คน เป็นชาย 2 คน หญิง 4 คน จำนวนวิธีที่จะจัดให้คนทั้งหกยืนเรียงกันเพื่อถ่ายรูป โดยให้ชายสองคนยืนอยู่ริมสองข้างเสมอ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. 12 วิธี
 2. 24 วิธี
 3. 36 วิธี
 4. 48 วิธี

9. กล่อง 12 ใบ มีหมายเลขกำกับเป็นเลข 1, 2, 3, ... ,12 และกล่องแต่ละใบบรรจุลูกบอล 4 ลูก เป็นลูกบอล สีดำ สีแดง สีขาว และสีเขียว ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องแต่ละใบๆ ละ 1 ลูก แล้วความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอล สีแดงจากกล่องหมายเลข k และได้ลูกบอลสีดำจากกล่องหมายเลข k เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\left(\frac{1}{12}\right)^2$ 2. $\left(\frac{1}{4}\right)^{12}$ 3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$ 4. $\left(\frac{1}{12}\right)^4$

10. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, \dots, 14\}$, $r = \{(m, n) | m \in A \text{ และ } n \in B\}$

ถ้าสุ่มหยิบคู่อันดับ 1 คู่ จากความสัมพันธ์ r แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้คู่อันดับ (m, n) ซึ่ง 5 หาร n แล้วเหลือเศษ 3 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{15}$ 2. $\frac{1}{10}$ 3. $\frac{1}{5}$ 4. $\frac{3}{5}$

11. ช่างไฟคนหนึ่งสุ่มหยิบบันได 1 อันจากบันได 9 อัน ซึ่งมีความยาว 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 ฟุต แล้วนำมาพาดกับกำแพง โดยให้ปลายข้างหนึ่งห่างจากกำแพง 3 ฟุต ความน่าจะเป็นที่บันไดจะทำมุมกับพื้นราบน้อยกว่า 60° มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{9}$ 2. $\frac{2}{9}$ 3. $\frac{3}{9}$ 4. $\frac{4}{9}$

O-NET 52

12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) การทดลองสุ่มเป็นการทดลองที่ทราบว่าผลลัพธ์อาจเป็นอะไรได้บ้าง

(ข) แต่ละผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก (ข) ถูก 2. (ก) ถูก (ข) ผิด
3. (ก) ผิด (ข) ถูก 4. (ก) ผิด (ข) ผิด

13. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีรถโรงเรียน 3 คัน นักเรียน 9 คน กำลังเดินทางไปขึ้นรถโรงเรียนโดยสุ่มความน่าจะเป็นที่ไม่มีนักเรียน คนใดขึ้นรถคันแรกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\left(\frac{1}{3}\right)^9$ 2. $\left(\frac{2}{3}\right)^9$
3. $\left(\frac{1}{9}\right)^3$ 4. $\left(\frac{2}{9}\right)^3$

14. ในการคัดเลือกคณะกรรมการหมู่บ้านซึ่งประกอบด้วยประธานฝ่ายชาย 1 คน ประธานฝ่ายหญิง 1 คน กรรมการฝ่ายชาย 1 คน และกรรมการฝ่ายหญิง 1 คน จากผู้สมัครชาย 4 คน และหญิง 8 คน มีวิธีการเลือกคณะกรรมการได้กี่วิธี

1. 168 วิธี 2. 324 วิธี
3. 672 วิธี 4. 1,344 วิธี

เซตใดถือเป็นปริภูมิตัวอย่าง (แซมเปิลสเปซ) สำหรับการทดลองสุ่มนี้

1. S และ T
2. S เท่านั้น
3. T เท่านั้น
4. ทั้ง S และ T ไม่เป็นปริภูมิตัวอย่าง

22. ตู้นรกีมีระบบล็อกที่เป็นรหัสประกอบด้วยตัวเลขโดด 0 ถึง 9 จำนวน 3 หลัก จำนวนรหัสทั้งหมดที่มีบางหลักซ้ำกัน คือเท่าใด _____

23. จำนวนวิธีในการจัดให้หญิง 3 คน และชาย 3 คน นั่งเรียงกันเป็นแถว โดยให้สามีภรรยาคนหนึ่งนั่งติดกันเสมอ มีทั้งหมดกี่วิธี _____

O-NET 2554

24. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 10 ลูก เป็นสีแดง 1 ลูก สำนานเงิน 2 ลูก และสีขาว 2 ลูก นอกนั้นเป็นสีอื่น ๆ ความน่าจะเป็น ที่หยิบลูกบอล 3 ลูกจากกล่องใบนี้ แล้วได้สีแดง 1 ลูก สำนานเงิน 1 ลูก และไม่ได้สีขาว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{7}{60}$
2. $\frac{2}{15}$
3. $\frac{1}{10}$
4. $\frac{1}{12}$

25. สลากชุดหนึ่งมี 10 ใบ มีหมายเลข 1-10 กำกับ ความน่าจะเป็นที่หยิบสลากพร้อมกัน 3 ใบให้ได้แต้มรวมเป็น 10 และไม่มีสลากใบใดมีหมายเลขสูงกว่า 5 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{60}$
2. $\frac{1}{40}$
3. $\frac{1}{30}$
4. $\frac{1}{20}$

26. ต้องการจัดที่นั่งให้ผู้ใหญ่ 3 คน กับเด็ก 4 คน เดินทางด้วยรถยนต์ 7 ที่นั่งโดยคนขับต้องเป็นผู้ใหญ่ จะมีจำนวนวิธีการจัดได้กี่วิธี _____

27. ถ้านำตัวอักษรทั้งหมดจากคำว่า AVATAR มาจัดเรียงเป็นคำต่างๆ โดยไม่จำเป็นต้องมีความหมาย จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันได้กี่วิธี _____

28. เสื้อ 50 ตัว บรรจุในกล่องใบหนึ่งมีขนาดและสีต่าง ๆ เป็นจำนวนตามตาราง ต่อไปนี้

สี \ ขนาด	แดง	เขียว	เหลือง	น้ำเงิน	ส้ม	รวม
S	2	1	2	3	1	9
M	4	5	5	2	3	19
L	3	3	3	4	5	18
XL	1	1	0	1	1	4
รวม	10	10	10	10	10	50

ถ้าสุ่มหยิบเสื้อมา 1 ตัว ความน่าจะเป็นที่จะได้เสื้อสีเขียวขนาด L หรือสีส้มขนาด S เท่ากับเท่าใด _____

บทที่ 9 สถิติเบื้องต้น

O-NET 49

- เมื่อพิจารณาผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 39 คน พบว่าเปอร์เซ็นต์ที่ 25 ของคะแนนสอบ เท่ากับ 35 คะแนน และมีนักเรียน 30 คน ได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 80 คะแนน ถ้ามีนักเรียนที่สอบได้ 35 คะแนนเพียงคนเดียว แล้ว จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 35-80 คะแนน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. 18 คน
 2. 19 คน
 3. 20 คน
 4. 21 คน
- ตารางแสดงน้ำหนักของนักเรียนจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
จำนวน (คน)	4	5	13	17	6	5

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง

- นักเรียนในกลุ่มนี้ส่วนใหญ่มีน้ำหนัก 60-69 กิโลกรัม
 - นักเรียนที่มีน้ำหนักต่ำกว่า 50 กิโลกรัม มี 9 คน
 - นักเรียนที่มีน้ำหนักในช่วง 50-59 กิโลกรัมมี 26%
 - นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 80 กิโลกรัมมี 10%
- ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 4 คน บุตร 2 คนมีน้ำหนักเท่ากันและมีน้ำหนักน้อยกว่าบุตรอีก 2 คน ถ้าน้ำหนักของบุตรทั้ง 4 คน มีค่าฐานนิยม มัธยฐาน และพิสัยเท่ากับ 45, 47.5 และ 7 กิโลกรัม ตามลำดับ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของบุตรทั้ง 4 คน มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 1. 46 กิโลกรัม
 2. 47 กิโลกรัม
 3. 48 กิโลกรัม
 4. 49 กิโลกรัม
 - ถ้าในปี พ.ศ. 2547 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุพนักงานของบริษัทแห่งหนึ่งเท่ากับ 23 ปี ในปีต่อมา บริษัทได้รับพนักงาน เพิ่มขึ้นอีก 20 คน ทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุพนักงานในปี พ.ศ. 2548 เท่ากับ 25 ปี และผลรวมของอายุของพนักงานเพิ่มขึ้นจากปี พ.ศ. 2547 อีก 652 ปี เมื่อสิ้นปี พ.ศ. 2548 บริษัทแห่งนี้มีพนักงานทั้งหมดจำนวนเท่ากับเท่าใด
 1. 76 คน
 2. 96 คน
 3. 326 คน
 4. 346 คน
 - ถ้าน้ำหนัก (คิดเป็นกิโลกรัม) ของนักเรียน 2 กลุ่มๆ ละ 6 คน เขียนเป็นแผนภาพต้นไม้ ได้ดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ 1	นักเรียนกลุ่มที่ 2
8 6 4	4 9
8 6 6	4 2 2 4
5	0

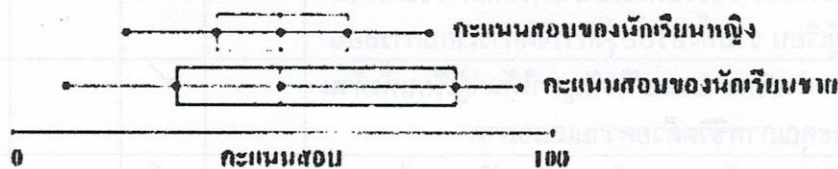
ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

1. น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มที่ 2 มากกว่าน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มที่ 1
 2. ฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 2 มากกว่าฐานนิยมของน้ำหนักกลุ่มที่ 1
 3. มัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 2 มากกว่ามัธยฐานของน้ำหนักกลุ่มที่ 1
 4. มัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนทั้งหมด มากกว่ามัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 1
6. มีข้อมูล 5 จำนวน ซึ่งเรียงจากน้อยไปมาก คือ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $x_1 = 7$ และความแปรปรวนเท่ากับ 16 ถ้ากำหนดตารางแสดงค่าของ ดังนี้

i	1	2	3	4	5
$x_i - \bar{x}$	$7 - \bar{x}$	-3	-1	3	6

แล้ว ค่าของ \bar{x} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็น

1. 10
 2. 10.5
 3. 12
 4. 12.5
7. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 10, 12, 15, 13 และ 10 ข้อความในข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ สำหรับข้อมูลชุดนี้
1. มัธยฐาน เท่ากับ 12
 2. ฐานนิยม น้อยกว่า 12
 3. ฐานนิยม น้อยกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มากกว่า 12
8. จากแผนภาพกล่องของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามเพศเป็นดังนี้



ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

1. คะแนนสอบเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชาย สูงกว่าคะแนนสอบเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิง
 2. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชาย มีการกระจายเบ้ขวา
 3. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิงมีการกระจายมากกว่าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชาย
 4. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิง มีการกระจายเบ้ขวา
9. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 10 จำนวน ประกอบด้วยจำนวนต่อไปนี้ 4, 8, 8, 9, 14, 15, 18, 18, 22, 25 ควอร์ไทล์ที่สามของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด _____

O-NET 50

10. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 19 จำนวน ต่อไปนี้

6	8	9	12	12	15	15	16	18	19
20	20	21	22	23	24	25	30	30	

ควอร์ไทล์ที่ 3 มีค่าต่างจากเปอร์เซ็นไทล์ที่ 45 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7

11. ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนายคณิต ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นดังนี้

รหัสวิชา	ค 41101	ค 42101	ค 41102	ค 42202
จำนวนหน่วยกิต	1	1.5	1	1.5
เกรด	2.5	3	3.5	2

เกรดเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ของนายคณิตในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2.60 2. 2.65 3. 2.70 4. 2.75

12. อายุเฉลี่ยของคนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 31 ปี ถ้าอายุเฉลี่ยของผู้หญิงในกลุ่มนี้เท่ากับ 35 ปี และอายุเฉลี่ยของผู้ชายในกลุ่มนี้ เท่ากับ 25 ปี แล้ว อัตราส่วนระหว่างจำนวนผู้หญิงต่อจำนวนผู้ชายในกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 : 3 2. 2 : 5 3. 3 : 2 4. 3 : 5

13. ความสัมพันธ์ระหว่างกำไร (y) และราคาทุน (x) ของสินค้าในร้านแห่งหนึ่งเป็นไปตามสมการ $y = 2x - 30$ ถ้าราคาทุน ของสินค้า 5 ชนิด คือ 31, 34, 35, 36 และ 39 บาท แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกำไรในการขายสินค้า 5 ชนิดนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 25 บาท 2. 30 บาท 3. 35 บาท 4. 40 บาท

14. ตารางแจกแจงความถี่ แสดงจำนวนนักเรียนในช่วงอายุต่างๆ ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

ช่วงอายุ (ปี)	1-5	6-10	11-15	16-20
ความถี่ (คน)	4	9	2	5

อายุเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 9 ปี 2. 9.5 ปี 3. 10 ปี 4. 10.5 ปี

15. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่ง คือ 10, 3, x, 6, 6 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับมัธยฐาน แล้ว x มีค่าเท่ากับ ข้อใดต่อไปนี้

1. 3 2. 4 3. 5 4. 6

16. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวน ถ้าควอร์ไทล์ที่หนึ่ง ควอร์ไทล์ที่สอง และควอร์ไทล์ที่สามเท่ากับ 18, 25 และ 28 ตามลำดับ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 23.4 2. 23.7 3. 24.0 4. 24.3

17. กำหนดให้ตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

ช่วงคะแนน	30-39	40-49	50-59	60-69
ความถี่สะสม	1	11	18	20

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

1. นักเรียนที่ได้คะแนน 40-49 คะแนน มีจำนวน 22%
2. นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนน 60-69 คะแนน
3. นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 53 คะแนน มีจำนวนน้อยกว่านักเรียนที่ได้คะแนน 40-49 คะแนน
4. นักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 47 คะแนน มีจำนวนมากกว่านักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 50 คะแนน

18. เมื่อสองปีก่อน นักเรียนห้องหนึ่งมี 30 คน แบ่งออกได้เป็นสองกลุ่ม

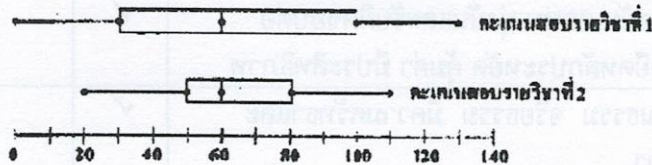
กลุ่มที่หนึ่งมี 10 คน ทุกคนมีอายุ 10 ปี กลุ่มที่สองมี 20 คน มีอายุเฉลี่ย 8.5 ปี

ถ้าความแปรปรวนของอายุนักเรียนในกลุ่มที่สองเท่ากับ 0 แล้ว ในปัจจุบันความแปรปรวนของอายุนักเรียนห้องนี้เท่ากับ ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{2}{3}$
3. $\frac{5}{2}$
4. $\frac{8}{3}$

19. จากการทดสอบนักเรียนจำนวน 100 คน ใน 2 รายวิชา แต่ละรายวิชามีคะแนนเต็ม 150 คะแนน

ถ้าผลการทดสอบทั้งสองรายวิชาเขียนเป็นแผนภาพกล่องได้ดังนี้



แล้วข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

1. คะแนนสอบทั้งสองรายวิชามีการแจกแจงแบบปกติ
2. จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 80 คะแนน ในรายวิชาที่ 1 มากกว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 80 คะแนน ในรายวิชาที่ 2
3. คะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่ม 25 % ต่ำสุด ของผลการสอบรายวิชาที่ 1 น้อยกว่าคะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่ม 25 % ต่ำสุด ของผลการสอบรายวิชาที่ 2
4. จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 60-80 คะแนน ในการสอบรายวิชาที่ 2 น้อยกว่าจำนวนนักเรียน ที่ได้คะแนนในช่วงเดียวกันในการสอบรายวิชาที่ 1

O-NET 49

20. คะแนนของผู้เข้าสอบ 15 คน เป็นดังนี้ 45, 54, 59, 60, 62, 64, 65, 68, 70, 72, 73, 75, 76, 80, 81

ถ้าเกณฑ์ในการสอบผ่าน คือต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นคะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน

1. 68 คะแนน
2. 70 คะแนน
3. 72 คะแนน
4. 73 คะแนน

21. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 80 คน ซึ่งมี ลำเจียก ลำตวน และลำพู รวมอยู่ด้วยปรากฏผลการสอบดังนี้
 ลำตวนได้คะแนนตรงกับควอไทล์ที่สาม ลำพูได้คะแนนตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50
 ลำเจียกได้คะแนนเป็นอันดับที่ 30 เมื่อเรียงคะแนนจากมากไปหาน้อย

ข้อใดต่อไปนี้เป็นกรเรียงรายชื่อของผู้ที่ได้คะแนนน้อยไปหาผู้ที่ได้คะแนนมาก

1. ลำพู, ลำเจียก, ลำตวน
2. ลำพู, ลำตวน, ลำเจียก
3. ลำเจียก, ลำพู, ลำตวน
4. ลำเจียก, ลำตวน, ลำพู

22. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งซึ่งประกอบด้วย x_1, x_2, \dots, x_{10} มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ \bar{x} และข้อมูลชุดที่สองซึ่งประกอบด้วย y_1, y_2, \dots, y_{20} มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ \bar{y} โดยที่

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 160, \sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2 = 110 \text{ และ } \bar{x} = \bar{y}$$

ถ้านำข้อมูลทั้งสองชุดมารวมเป็นชุดเดียวกันแล้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่เท่ากับข้อใดต่อไป

1. 3
2. 5
3. 7
4. 9

23. ข้อมูลชุดหนึ่ง ถ้าเรียงจากน้อยไปมากแล้ว ได้เป็นลำดับเลขคณิตต่อไปนี้ 2, 5, 8 92 ควอไทล์ที่ 3 ของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไป

1. 68
2. 69
3. 71
4. 72

24. ในการทดสอบความถนัดของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง มีตารางแจกแจงความถี่ของผลการสอบดังนี้

ช่วงคะแนน	ความถี่
0-4	4
5-9	5
10-14	x
15-19	7

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 11 แล้ว นักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 5-14 คะแนนมีจำนวนคิดเป็น ร้อยละของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไป

1. 46.67%
2. 56.67%
3. 63.33%
4. 73.33%

25. แม่ค้านำเมล็ดมะม่วงหิมพานต์ 1 กิโลกรัม ถั่วลิสง 3 กิโลกรัม และเมล็ดฟักทอง 4 กิโลกรัม มาผสมกันแล้วแบ่งใส่ 1 ถุงๆ ละ 100 กรัม ถ้าแม่ค้าซื้อเมล็ดมะม่วงหิมพานต์ ถั่วลิสง และเมล็ดฟักทองมาในราคา กิโลกรัมละ 250 บาท 50 บาท และ 100 บาท ตามลำดับแล้ว แม่ค้าจะต้องขายเมล็ดที่ผสมถุงละ 100 กรัมนี้ ในราคาเท่ากับข้อใดต่อไป จึงจะได้กำไร 20% เมื่อขายหมด

1. 10 บาท
2. 12 บาท
3. 14 บาท
4. 16 บาท

26. กำหนดแผนภาพ ต้น-ใบ ของข้อมูลชุดหนึ่ง ดังนี้

0	3	7	5	
1	6	4	3	
2	0	2	1	2
3	0	1		

สำหรับข้อมูลชุดนี้ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. มัธยฐาน < ฐานนิยม < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < ฐานนิยม
3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < ฐานนิยม < มัธยฐาน
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม

27. ในการแข่งขันกีฬามหาวิทยาลัยโลกครั้งที่ 24 ซึ่งประเทศไทยเป็นเจ้าภาพ มีการส่งรายชื่อนักกีฬาจากประเทศไทย 379 คน มีอายุเฉลี่ย 22 ปี ถ้ามีการถอนตัวนักกีฬาไทยออก 4 คน ซึ่งมีอายุ 24, 25, 25 และ 27 ปี และมีการเพิ่ม นักกีฬาไทยอีก 5 คน ซึ่งมีอายุเฉลี่ย 17 ปี แล้วอายุเฉลี่ยของนักกีฬาจากประเทศไทย จะเท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 21.6 ปี
2. 21.7 ปี
3. 21.8 ปี
4. 21.9 ปี

28. ถ้าสุ่มตัวเลขหนึ่งตัวจากข้อมูลชุดใดๆ ซึ่งประกอบด้วยตัวเลข 101 ตัว แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็น

1. ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่ามัธยฐาน $< \frac{1}{2}$
2. ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต $< \frac{1}{2}$
3. ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่ามากกว่าค่ามัธยฐาน $> \frac{1}{2}$
4. ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต $> \frac{1}{2}$

29. พนักงานโรงงานแห่งหนึ่งจำนวน 1,000 คน ได้รับเงินเดือนเฉลี่ยคนละ 8,000 บาท มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1,000 บาท ถ้าการกระจายของเงินเดือนพนักงานโรงงานแห่งนี้เป็นแบบปกติแล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นผิด

1. พนักงานจำนวนน้อยกว่า 100 คน ได้รับเงินเดือนน้อยกว่า 6,000 บาท
2. พนักงานอย่างมาก 930 คน ได้รับเงินเดือนมากกว่าหรือเท่ากับ 6,000 บาท
3. พนักงานที่ได้รับเงินเดือนมากกว่า 10,000 บาท มีจำนวนน้อยกว่า 70 คน
4. ถ้าในปีต่อไปพนักงานได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้นคนละ 400 บาท แล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเงินเดือนพนักงาน โรงงานนี้ยังคงเดิม

O-NET 52

30. ข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ

1. สถิติเชิงพรรณนา คือ สถิติของการวิเคราะห์ข้อมูลขั้นต้นที่มุ่งอธิบายลักษณะกว้างๆ ของข้อมูล
2. ข้อมูลที่เป็นหมายเลขที่ใช้เรียกรถโดยสารประจำทางเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ
3. ข้อมูลปฐมภูมิคือข้อมูลที่ผู้ใช้เก็บรวบรวมจากแหล่งข้อมูลโดยตรง
4. ข้อมูลที่นักเรียนรวบรวมจากรายงานต่างๆ ที่ได้จากหน่วยงานราชการเป็นข้อมูลปฐมภูมิ

31. ส่วนสูงของพี่น้อง 2 คน มีพิสัยเท่ากับ 12 เซนติเมตร มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 171 เซนติเมตร ข้อใดต่อไปนี้เป็นส่วนสูงของพี่หรือน้องคนใดคนหนึ่ง

1. 167 เซนติเมตร
2. 172 เซนติเมตร
3. 175 เซนติเมตร
4. 177 เซนติเมตร

32. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 4, 9, 2, 7, 6, 5, 4, 6, 3, 4 ข้อใดต่อไปนี้เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < ฐานนิยม < มัธยฐาน
2. ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
3. ฐานนิยม < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน
4. มัธยฐาน < ฐานนิยม < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

33. ความสูงในหน่วยเซนติเมตรของนักเรียนกลุ่มหนึ่งซึ่งมี 10 คน เป็นดังนี้

155 157 158 158 160 161 161 163 165 166

ถ้ามีนักเรียนเพิ่มขึ้นอีกหนึ่งคน ซึ่งมีความสูง 158 เซนติเมตร แล้วค่าสถิติใดต่อไปนี้ไม่เปลี่ยนแปลง

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. มัธยฐาน
3. ฐานนิยม
4. พิสัย

34. การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลควรพิจารณาสิ่งใดต่อไปนี้ยกเว้นข้อใด

1. ลักษณะของข้อมูล
2. วิธีจัดเรียงลำดับข้อมูล
3. จุดประสงค์ของการนำไปใช้
4. ข้อดีและข้อเสียของค่ากลางแต่ละชนิด

35. ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 20 มัธยฐานเท่ากับ 25 และฐานนิยมเท่ากับ 30 ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นการกระจายที่เบ้ทางซ้าย
2. ลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นการกระจายที่เบ้ทางขวา
3. ลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นการกระจายแบบสมมาตร
4. ไม่สามารถสรุปลักษณะการกระจายของข้อมูลได้

36. พิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ 10, 5, 6, 9, 12, 15, 8, 18 ค่าของ P_{80} ใกล้เคียงกับข้อใดต่อไปนี้มากที่สุด

1. 15.1
2. 15.4
3. 15.7
4. 16.0

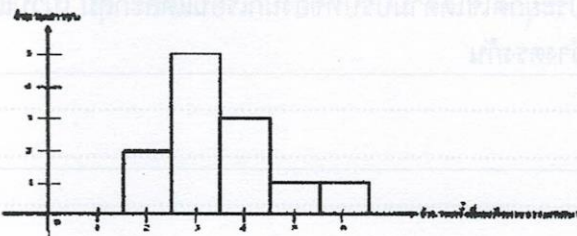
37. ในกรณีที่มิข้อมูลจำนวนมาก การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใดต่อไปนี้ทำให้เห็นการกระจายของข้อมูลได้ชัดเจนน้อยที่สุด

1. ตารางแจกแจงความถี่
2. แผนภาพต้น-ใบ
3. ฮิสโทแกรม
4. การแสดงค่าสังเกตทุกค่า

38. ข้อใดต่อไปนี้มีผลกระทบต่อความถูกต้องของการตัดสินใจโดยใช้สถิติ ยกเว้นข้อใด

1. ข้อมูล
2. สารสนเทศ
3. ข่าวสาร
4. ความเชื่อ

39. จากการสอบถามเยาวชนจำนวน 12 คน ว่าเคยฟังพระธรรมเทศนามาแล้วจำนวนกี่ครั้ง ปรากฏดังแสดงในแผนภาพ ต่อไปนี้



มีฐานข้อมูลนี้คือข้อใด

1. 3 ครั้ง
2. 3.25 ครั้ง
3. 3.5 ครั้ง
4. 4 ครั้ง

O-NET 53

40.

ผลการประเมิน	จำนวนโครงการ
ดีเยี่ยม	3
ดี	20
พอใช้	12
ต้องแก้ไข	5

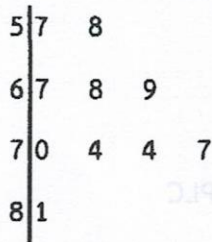
ครูสอนวิทยาศาสตร์มอบหมายให้นักเรียน 40 คน ทำโครงการตามความสนใจ หลังจากตรวจรายงานโครงการของทุกคนแล้ว ผลสรุปเป็นดังนี้ ข้อมูลที่เก็บรวบรวม เพื่อให้ได้ผลข้างต้นเป็นข้อมูลชนิดใด

1. ข้อมูลปฐมภูมิ เชิงปริมาณ
2. ข้อมูลทุติยภูมิ เชิงปริมาณ
3. ข้อมูลปฐมภูมิ เชิงคุณภาพ
4. ข้อมูลทุติยภูมิ เชิงคุณภาพ

41. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของพนักงานบริษัทแห่งหนึ่งเท่ากับ 48.01 กิโลกรัม บริษัทนี้มีพนักงานชาย 43 คน และพนักงานหญิง 57 คน ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักพนักงานหญิงเท่ากับ 45 กิโลกรัม แล้วน้ำหนักของพนักงานชาย ทั้งหมดรวมกันเท่ากับข้อใด

1. 2,236 กิโลกรัม
2. 2,279 กิโลกรัม
3. 2,322 กิโลกรัม
4. 2,365 กิโลกรัม

42. กำหนดแผนภาพต้น-ใบ ของน้ำหนักในหน่วยกรัมของไข่ไก่ 10 ฟอง เป็นดังนี้



ข้อสรุปใดเป็นเท็จ

1. ฐานนิยมของน้ำหนักของไข่ไกมีเพียงค่าเดียว
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของน้ำหนักของไข่ไกมีค่าเท่ากัน
3. มีไข่ไก่ 5 ฟองที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 70 กรัม
4. ไข่ไก่ที่มีน้ำหนักสูงกว่าฐานนิยมมีจำนวนมากกว่าไข่ไก่ที่มีน้ำหนักเท่ากับฐานนิยม

43. สำหรับข้อมูลเชิงปริมาณใดๆ ที่มีค่าสถิติต่อไปนี้ ค่าสถิติใดจะตรงกับค่าของข้อมูลค่าหนึ่งเสมอ

- | | |
|------------|---------------------|
| 1. พิสัย | 2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต |
| 3. มัธยฐาน | 4. ฐานนิยม |

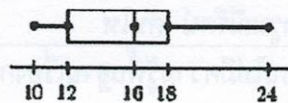
44. ข้อมูลต่อไปนี้แสดงน้ำหนักในหน่วยกิโลกรัม ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง

41, 88, 46, 42, 43, 49, 44, 45, 43, 95, 47, 48

ค่ากลางในข้อใดเป็นค่าที่เหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้

- | | |
|---------------------|--------------------------------------|
| 1. มัธยฐาน | 2. ฐานนิยม |
| 3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต | 4. ค่าเฉลี่ยของค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด |

45. คะแนนสอบความรู้ทั่วไปของนักเรียน 200 คน นำเสนอโดยใช้แผนภาพกล่อง ดังนี้



ข้อใดเป็นเท็จ

1. จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 12 ถึง 16 คะแนน มีเท่ากับจำนวนนักเรียนที่ทำได้ 16 ถึง 18 คะแนน
2. จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 12 ถึง 18 คะแนน มีเท่ากับจำนวนนักเรียนที่ทำได้ 18 ถึง 24 คะแนน
3. จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 10 ถึง 12 คะแนน มีเท่ากับจำนวนนักเรียนที่ทำได้ 18 ถึง 24 คะแนน
4. จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 10 ถึง 16 คะแนน มีเท่ากับจำนวนนักเรียนที่ทำได้ 16 ถึง 24 คะแนน

46. จากการตรวจสอบลำดับที่ของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข ในวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีผู้เข้าสอบ

400 คน ปรากฏว่า นาย ก สอบได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3 และนาย ข สอบได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนไทล์ที่ 60 จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่างคะแนนของนาย ก และนาย ข มีประมาณกี่คน

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| 1. 15 คน | 2. 30 คน | 3. 45 คน | 4. 60 คน |
|----------|----------|----------|----------|

47. ข้อมูลชุดหนึ่ง มีบางส่วนถูกนำเสนอในตารางต่อไปนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม	ความถี่สัมพัทธ์
2-6			
7-11		11	0.2
12-16		14	
17-21	6		0.3

ช่วงคะแนนใดเป็นช่วงคะแนนที่มีความถี่สูงสุด

1. 2-6
2. 7-11
3. 12-16
4. 17-21

48. ในการใช้สถิติเพื่อการตัดสินใจและวางแผน สำหรับเรื่องที่ต้องมีการใช้ข้อมูลและสารสนเทศ ถ้าขาดข้อมูลและสารสนเทศดังกล่าว ผู้ตัดสินใจควรทำขั้นตอนใดก่อน

1. เก็บรวบรวมข้อมูล
2. เลือกวิธีวิเคราะห์ข้อมูล
3. เลือกวิธีเก็บรวบรวมข้อมูล
4. กำหนดข้อมูลที่จะเป็นต้องใช้

49. จำนวนผู้ว่างงานทั่วประเทศในเดือนกันยายนปี พ.ศ. 2551 มีจำนวนทั้งสิ้น 4.29 แสนคน

ตารางเปรียบเทียบอัตราการว่างงานในเดือนกันยายน ปี พ.ศ. 2550 กับปี พ.ศ. 2551 เป็นดังนี้

พื้นที่สำรวจ	จำนวนอัตราการว่างงานในเดือนกันยายน (จำนวนผู้ว่างงานต่อจำนวนผู้อยู่ในกำลังแรงงานคูณ 100)	
	ปี พ.ศ. 2550	ปี พ.ศ. 2551
ภาคใต้	1.0	1.0
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	0.9	1.3
ภาคเหนือ	1.5	1.2
ภาคกลาง (ยกเว้นกรุงเทพมหานคร)	1.3	0.9
กรุงเทพมหานคร	1.2	1.2
ทั่วประเทศ	1.2	1.1

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. จำนวนผู้ว่างงานในภาคใต้ในเดือนกันยายนของปี พ.ศ. 2550 และของปี พ.ศ. 2551 เท่ากัน
- ข. จำนวนผู้อยู่ในกำลังแรงงานทั่วประเทศในเดือนกันยายนปี พ.ศ. 2551 มีประมาณ 39 ล้านคน

ข้อใดถูกต้อง

1. ข้อ ก. และข้อ ข.
2. ข้อ ก. เท่านั้น
3. ข้อ ข. เท่านั้น
4. ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด

50. แผนภาพต้น - ใบของข้อมูลชุดหนึ่งเป็นดังนี้

2	0	0	3	5	8
3	1	4	4	6	7
4	3	3	5	7	
5	1	2	2	2	
6	3	5			

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม
- ข. มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 40

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1. ก. ถูก และ ข. ถูก
- 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3. ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

51. ในการสำรวจน้ำหนักตัวของนักเรียนในชั้นเรียนที่มีนักเรียน 30 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ความถี่สะสม (คน)
30-49	10
50-69	26
70-89	30

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักตัวของนักเรียนในชั้นเรียนนี้เท่ากับกี่กิโลกรัม _____

52. ในการสำรวจอายุของคนในหมู่บ้านแห่งหนึ่งเป็นดังนี้ ค่า x ในตารางแจกแจงความถี่สัมพันธ์เท่ากับเท่าใด

อายุ (ปี)	ความถี่ (คน)	ความถี่สัมพันธ์
0-10	10	
11-20	25	
21-30	35	
31-40		x
41-50	40	
51-60	20	0.10
61-70	15	
71-80	3	
81-90	2	

53. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ดังนี้ $2\ 3\ 3\ x\ 4\ y\ 7$ ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 4 และ $\frac{4}{\sqrt{7}}$ ตามลำดับ แล้ว $y-x$ มีค่าเท่าใด _____

54. ชายคนหนึ่งตักปลาที่เลี้ยงไว้ในกระชังเพื่อส่งขายจำนวน 500 ตัว ซึ่งมีน้ำหนักโดยเฉลี่ยตัวละ 700 กรัม ในจำนวนนี้เป็น ปลาจากกระชังที่หนึ่ง 300 ตัว และจากกระชังที่สอง 200 ตัว ถ้าปลาในกระชังที่หนึ่งมี น้ำหนักเฉลี่ยต่อตัวมากกว่าใน กระชังที่สอง 50 กรัม แล้วเขาตักปลาจากกระชังที่สองมากี่กิโลกรัม _____

55. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งแสดงด้วยแผนภาพต้น-ใบได้ดังนี้

3	0	4	9					
4	0	7	7	8	8	8		
5	0	0	1	2	2	3	4	6
6	0	2	3	3	6	8	9	
7	0	1						

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50 ของคะแนนสอบนี้เท่ากับคะแนนเท่าใด _____

